UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
COLEGIADO DE MATEMÁTICA
Licenciatura em Matemática
UNIOESTE - *Campus* de Cascavel

KARLA KATRINE PEREIRA CAZAROTTO
LAURA MASSUDA CREMA
MARIANA THAIS GARCIA
SUENIR BARRETO DOS ANJOS

RELATÓRIO DA DISCIPLINA DE METODOLOGIA E PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA:

ESTÁGIO SUPERVISIONADO I

PROMAT

CASCAVEL
2019

KARLA KATRINE PEREIRA CAZAROTTO
LAURA MASSUDA CREMA
MARIANA THAIS GARCIA
SUENIR BARRETO DOS ANJOS

METODOLOGIA E PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA:

ESTÁGIO SUPERVISIONADO I

PROMAT

Relatório apresentado como requisito parcial da disciplina para aprovação.

Orientadores: Profª. Msc. Arleni Elise Sella Langer Prof. Dr. Clezio Aparecido Braga.

CASCAVEL
2019

AGRADECIMENTOS

Agradecemos aos nossos orientadores Arleni Elise Sella Langer e Clezio Aparecido Braga pelas palavras de apoio e incentivo, pela paciência, dedicação e pelos conselhos tão valiosos durante o período em que realizamos esse trabalho. Aos nossos pais e demais familiares pela compreensão, confiança e apoio nos momentos de dúvida e ansiedade, sempre nos dando forças para não desistir.

Agradecemos também a todos os amigos e colegas com quem pudemos compartilhar nossas angústias e alegrias, sempre encontrando um ombro amigo, e a nossos alunos do estágio pela dedicação, persistência e presença constante no projeto, que certamente contribuíram muito para nossa formação.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

O presente relatório é fruto da prática docente desenvolvida na disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática: Estágio Supervisionado I e busca apresentar brevemente as expectativas criadas, as dificuldades enfrentadas e os resultados alcançados durante experiência das discentes como professoras estagiárias no primeiro semestre do corrente ano.

O exercício da prática ocorreu em duas situações distintas: ao mesmo tempo em que se envolviam com a preparação e execução do Programa de Acesso e de Permanência de Estudantes da Rede Pública de Ensino em Universidades Públicas: Um Enfoque à Área de Matemática (PROMAT), as discentes também idealizaram e executaram o Projeto Dia Nacional da Matemática.

O PROMAT é um curso de matemática oferecido à estudantes atendidos pelo Núcleo Regional de Educação de Cascavel, beneficiando moradores da comunidade em que a universidade está inserida. Já o projeto Dia Nacional da Matemática é uma maneira de divulgar a ciência em escolas públicas do município de Cascavel, despertando interesse de crianças e adolescentes para a Matemática.

A primeira parte desse trabalho, descreve brevemente o funcionamento do PROMAT através da apresentação dos conteúdos trabalhados e de uma breve análise teórica que fundamentou momentos da atuação como docentes.

Na sequência, são apresentados os planejamentos de cada aula executada, bem como breves relatos de cada prática, que apresentam os obstáculos enfrentados e as maneiras encontradas para superá-los. Ademais, são discutidos os resultados obtidos ao longo do projeto.

Após isso é apresentado o projeto Dia Nacional da Matemática, desde sua fundamentação teórica até a descrição detalhada das atividades desenvolvidas. Por fim, há espaço para o relato da execução do projeto e considerações finais das autoras.

2. PROMAT

O Programa de Acesso e de Permanência de Estudantes da Rede Pública de Ensino em Universidades Públicas: Um Enfoque à Área de Matemática (PROMAT) é um projeto desenvolvido pelo Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná – *Campus* Cascavel. O PROMAT é um “curso preparatório de matemática” que aborda conteúdos matemáticos da Educação Básica.

Por abordar conteúdos exigidos em vestibulares e no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), o projeto atende majoritariamente estudantes de Ensino Médio da rede pública de ensino, além de egressos do Ensino Médio, interessados em disputar vagas no Ensino Superior através desses exames. Também participam do programa estudantes da Universidade, especificamente alunos do primeiro ano de graduação.

As aulas ocorrem nas dependências da própria Universidade e são ministradas pelos discentes das disciplinas de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática I e II do Curso de Licenciatura em Matemática.

O curso tem duração de vinte encontros, cada um com quatro horas de duração. As dez primeiras aulas são ministradas por licenciandos matriculados na disciplina de Metodologia e Prática de Ensino: Estágio Supervisionado I e abordam conteúdos de matemática referentes aos anos finais do Ensino Fundamental. As últimas dez aulas abordam conteúdos referentes ao Ensino Médio e são conduzidas por discentes da disciplina de Metodologia e Prática de Ensino: Estágio Supervisionado II.

2.1 Opção Teórica e Metodológica: O uso de Jogos como Instrumentos Avaliativos

O estágio é parte crucial da formação de um aluno de licenciatura, pois é a ocasião em que assume o papel de docente e passa a enxergar as dinâmicas de sala de aula por uma nova perspectiva. Nesse momento, o estagiário passa a refletir sobre suas escolhas e repensar os encaminhamentos de sua prática. Enquanto as preocupações com o aprendizado dos alunos passam a ser inquietantes, também surge o desejo de se aprimorar constantemente. Desse modo, o estágio "pode ser compreendido como um período de construção e reconstrução da identidade docente" (LANGER et al., 2011, p. 368).

Assim, no período de estágio, o licenciando passa a viver todas as experiências de um professor, aperfeiçoando suas habilidades de planejamento e antecipação, tornando-se capaz de interpretar as respostas de seus alunos e contornar eventuais obstáculos surgidos. Como parte de sua formação, cabe ao estagiário avaliar seus alunos, verificando se eles se apropriaram dos saberes trabalhados, para assim analisar sua postura como docente e corrigir eventuais falhas. Essa reflexão deve ser baseada nas respostas emitidas pelos alunos, pois de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), "a tarefa do avaliador constitui um permanente exercício de interpretação de sinais, de indícios, a partir dos quais manifesta juízos de valor que lhe permitem reorganizar a atividade pedagógica." (BRASIL, 1997, p. 41).

Dessa maneira, uma das preocupações naturais durante o estágio refere-se à postura adotada para evitar a resistência dos alunos aos saberes matemáticos e principalmente, tornar o processo avaliativo o mais confortável possível, levando em consideração as dificuldades pessoais que os indivíduos enfrentam e os fatores culturais que fazem com a Matemática seja vista como uma disciplina difícil, carregada de rigor e seriedade.

De fato, é impossível negar que as ideias tradicionais de avaliação em matemática envolvem provas e trabalhos, longos questionários que têm como prioridade "avaliar apenas se os alunos memorizam as regras e esquemas, não verificando a compreensão dos conceitos, o desenvolvimento de atitudes e procedimentos e a criatividade nas soluções" (BRASIL, 1998, p. 54). Essa concepção está ligada a um método de ensino "que prioriza a mecanização, a memorização e a abstração, distanciando-se de um aprendizado significativo" (BAUMGARTEL, 2016, p. 1).

Acreditando que a sala de aula deve ser um ambiente livre para "proposição, investigação e exploração de diferentes situações-problema por parte dos alunos" (SMOLE et al., 2008, p.11) e baseando-se na resolução de problemas como "metodologia pela qual o estudante tem oportunidade de aplicar conhecimentos matemáticos adquiridos em novas situações, de modo a resolver a questão proposta" (DANTE, 2003 apud PARANÁ, 2008, p. 63), podemos considerar plausível a opção de utilizar jogos como instrumento avaliativo.

Conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), homologada em 20 de dezembro de 2017 pelo então ministro da Educação, Mendonça Filho, não podemos restringir a matemática à "quantificação de fenômenos" ou "técnicas de cálculo com os números e com as grandezas", sendo "de fundamental importância também considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática" (BRASIL, 2017, p. 265).

Entre as competências a serem desenvolvidas na disciplina de matemática, a BNCC propõe que o aluno seja capaz de

> [...] interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, 2017, p. 267).

Conforme Bordeaux (1999 apud SANTOS, 2013, p. 4), "o momento de avaliação do aluno não deve se restringir à busca da 'resposta certa' obtida em um exercício escrito ou em um teste". De fato, "não há sentido em processos avaliativos que apenas constatam o que o aluno aprendeu ou não aprendeu e o fazem refém dessas constatações, tomadas como sentenças definitivas" (PARANÁ, 2008, p. 31), pois o processo de aprendizagem é constante e individual, ocorrendo de maneiras diversas e em tempos distintos para cada aluno. Assim, a escolha do uso de jogos como ferramentas avaliativas reforça a ideia de que "as formas de avaliação devem contemplar também as explicações, justificativas e argumentações orais, uma vez que estas revelam aspectos do raciocínio que muitas vezes não ficam evidentes nas avaliações escritas" (BRASIL, 1998, p. 55).

A intenção educativa do jogo (seja ela explícita ou implícita) associa-se ao fator recreativo, e "através do lúdico o educando estabelece relações entre os conteúdos já assimilados e novos" (SANTOS, 2013, p. 6). Assim, trazendo para a sala de aula situações interessantes e desafiadoras, os jogos despertam entusiasmo dos alunos, beneficiando o processo de ensino e aprendizagem

> [...] visto que:
> ➢ o professor consegue detectar os alunos que estão com dificuldades reais;
> ➢ o aluno demonstra se o assunto foi bem assimilado;
> ➢ existe uma competição entre os jogadores e os adversários, pois todos desejam vencer e por isso aperfeiçoam-se e ultrapassam seus limites;

> - durante o desenrolar de um jogo, observa-se que o aluno se torna mais crítico, alerta e confiante, expressando o que pensa, elaborando perguntas e tirando conclusões, sem necessidade da interferência ou aprovação do professor;
> - não existe o medo de errar, pois o erro é considerado um degrau necessário para se chegar a uma resposta correta;
> - o aluno se empolga com o clima de uma aula diferente, o que faz com que aprenda sem perceber. (MOTOKANE apud SANTOS, 2013, p. 5-6).

O trabalho com jogos também eleva a autoestima dos alunos envolvidos na atividade, pois ao descobrir "seu potencial de resolução de determinados problemas, especialmente os de raciocínio lógico, o aluno se sentirá realizado e motivado" (MENON; SILVA, 2016, p. 6). Ademais, os jogos permitem que o discente assuma uma "atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações se sucedem rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas" (BRASIL, 1998, p. 46). A mutabilidade dos jogos faz com que o erro deixe de ser algo insuperável para o jogador, "permitindo que ele desenvolva iniciativa, autoconfiança e autonomia" (SMOLE et al., 2008, p. 10).

A dinâmica tradicional é rompida quando o aluno se torna agente ativo na construção do conhecimento e o professor assume o papel de mediador da aprendizagem, instigando seus alunos ao "pedir para que eles expliquem uma jogada, ou porque tomaram uma decisão e não outra" (SMOLE et al., 2008, p. 25). Desse modo, deve estar claro para o professor que, ao trabalhar com jogos, é natural ocorrer agitação e maior movimentação na sala de aula. Ao conceder autonomia ao discente, torna-se perceptível uma mudança na relação professor-aluno, pois ao trabalhar

> [...] com os problemas convencionais, no momento da resolução, os alunos costumam perguntar quase que imediatamente qual algoritmo deve ser utilizado. Diferentemente, quando jogam, os alunos realizam cálculos mentais e antecipam resultados, pois existe um contexto maior, um significado, eles estão preocupados com o objetivo do jogo que se traduz em uma situação concreta. (ELORZA; FÜRKOTTER, 2016, p.7).

Assim, ao optar pelo trabalho com jogos, o docente precisa estar consciente que "o uso de jogos requer planejamento, pesquisa, organização e resignação por parte do professor para além da aula expositiva" (BAUMGARTEL, 2016, p. 7). É preciso enfrentar uma resistência a ludicidade, refletir sobre as intenções do jogo e quais as intervenções devem ser feitas pelo educador. Também é necessário adequar o jogo proposto ao número de alunos em sala de aula, e conforme Tonidandel (2012, p. 7), é necessário que as regras do jogo sejam simples e estejam claras para todos os envolvidos.

O planejamento inicia-se então com a escolha ou elaboração de um jogo, que deve ser feita de maneira cautelosa, pois há uma intencionalidade na atividade proposta além da competição. Assim, devem ser adotados alguns critérios na seleção dos jogos. Conforme Smole et al. (2008, p. 12), o jogo deve ser uma atividade coletiva, permitindo "que os alunos assumam papéis interdependentes, opostos e cooperativos". Além disso, deve existir um objetivo claro a ser atingido através da elaboração de planos e uso de estratégias, considerando a existência de "regras preestabelecidas que não podem ser modificadas no decorrer de uma jogada" (SMOLE et al., 2008, p. 12).

É necessário cuidado para que os jogos não percam seu fator motivador, pois "desafiar um aluno significa propor situações que ele considere complexas, mas não impossíveis" (SADOVSKY, 2010 apud TONIDANDEL, 2012, p. 4). De acordo com Smole et al. (2008, p. 18), o docente deve evitar qualquer jogo que possa ser considerado "muito fácil, não apresentando desafios que façam os alunos aprenderem" ou que seja difícil a ponto de que "que os alunos nem se encantem com ele porque não alcançam aquilo que se propõe".

Após efetuar a escolha, o docente deve pensar no modo como trará esse jogo para a sala de aula, pois de acordo com Menon e Silva (2016, p. 10) "apresentar o jogo aos alunos será o primeiro passo para aguçar a sua curiosidade". Para que todos os alunos participem da atividade, é preciso fornecer jogos (sejam eles de cartas ou de tabuleiro) suficientes para atender o número de alunos da turma, além de cópias impressas das regras. Para que os discentes joguem em grupo, as condições físicas da sala de aula podem exigir movimentação de carteiras, o que não é um obstáculo insuperável. A divisão dos grupos pode ser uma brecha para a intervenção do docente, que pode reorganizá-los em função das necessidades da turma, criando uma distribuição mais homogênea "para que não haja prepotência por parte de uns e sentimento de fracasso por parte de outros" (SMOLE et al., 2008, p. 22).

Como é inevitável intervir durante a realização da atividade, o professor deve estar atento à postura dos alunos, ouvindo suas sugestões e esclarecendo dúvidas. Ademais, considerando que "a análise das representações utilizadas pelos estudantes para resolver um problema permite compreender os modos como o interpretaram e como raciocinaram para resolvê-lo" (BRASIL, 2017, p. 538), o docente precisa incentivar os alunos a realizarem anotações durante o jogo. Isto é, para que seja possível fruir do aspecto avaliativo dos jogos, é de fundamental importância a obtenção dos registros de jogadas ou cálculos efetuados pelos jogadores, pois "quem observa e lê as produções dos alunos tem informações importantes a respeito de suas aprendizagens" (SMOLE et al., 2008, p. 24).

A partir dos registros dos discentes, deve ser realizada uma discussão dos resultados obtidos, para que os jogos não tenham um "caráter puramente aleatório, tornando-se um 'apêndice' em sala de aula" (GRANDO, 2000 apud BAUMGARTEL, 2016, p. 6), mas possam cumprir seu papel como ferramentas avaliativas capazes de "levar em conta a progressão de desempenho de cada aluno, as características particulares da classe em que o aluno se encontra e as condições em que o processo de ensino e aprendizagem se concretiza" (BRASIL, 1998, p. 56). Conforme orienta a Base Nacional Comum Curricular, ao compartilhar suas experiências no jogo "os estudantes precisam apresentar e justificar seus resultados, interpretar os resultados dos colegas e interagir com eles" (BRASIL, 2017, p. 529).

Ao problematizar os jogos trabalhados, fica perceptível ao docente quais foram as aprendizagens dos alunos, quais foram suas dificuldades e dúvidas mais comuns. Essa discussão pode fazer com que os educandos reflitam suas jogadas, e com isso, reorganizem os saberes matemáticos envolvidos na atividade. Esse tipo de postura beneficia todos os indivíduos envolvidos no trabalho com jogos:

> [...] ganha o professor porque tem possibilidade de propor formas diferenciadas de os alunos aprenderem, permitindo um maior envolvimento de todos e criando naturalmente uma situação de atendimento à diversidade, uma vez que cada jogador é quem controla seu ritmo, seu tempo de pensar e de aprender. Ganha o aluno que aprenderá mais matemática, ao mesmo tempo em que desenvolve outras habilidades que lhes serão úteis por toda a vida (SMOLE et al., 2008, p. 27).

Dessa maneira, o uso de jogos como ferramentas avaliativas na aula de matemática se adapta a diferentes ritmos de aprendizagem e está ligado à construção do conhecimento matemático e à perspectiva da resolução de problemas, sendo capaz de conciliar o "desafio genuíno que eles provocam no aluno, que gera interesse e prazer" (BRASIL, 1997, p. 36), com a possibilidade de refletir e ressignificar conceitos e saberes a partir de erros cometidos.

Referências

BAUMGARTEL, P. O uso de jogos como metodologia de ensino da Matemática. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 20., 2016. Curitiba: **Anais...** Curitiba: UFPR, 2016. p. 1-8. Disponível em: < http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd2_priscila_baumgartel.pdf >. Acesso em: 23 jul. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf >. Acesso em: 22 jul. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental (Matemática). Brasília: MEC / SEF, 1998.

ELORZA, N. S. L.; FÜRKOTTER, M. O uso de Jogos no Ensino e Aprendizagem de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12., 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016. p. 1-12. Disponível em: < http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6973_3192_ID.pdf >. Acesso em: 28 jul. 2019.

LANGER, A. E. S. et al. A Prática de Ensino e o Estágio Supervisionado no Curso de Matemática da Unioeste, *campus* de Cascavel. **Travessias**, Cascavel v. 5, n. 2, p. 365-379, 2011. Disponível em: < http://e-revista.unioeste.br/index.php/travessias/article/view/5742/4328 >. Acesso em: 22 jul. 2019.

MENON, L. A.; SILVA, K. B. R. da. Os Jogos no Ensino da Matemática – Entre o Recreativo e o Lúdico. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**. Curitiba: SEED, 2016. p. 1-20. Disponível em: < http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_mat_unicentro_lucimariantoneli.pdf >. Acesso em: 28 jul. 2019.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica:** Matemática. Secretaria de Estado da Educação: Curitiba, 2008.

SANTOS, M. A. dos. Jogos Matemáticos e o Processo de Avaliação. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Os desafios da escola pública paranaense na**

perspectiva do professor PDE. Curitiba: SEED, 2013. p. 1-19. Disponível em: < http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uepg_mat_artigo_marileia_auer_dos_santos.pdf >. Acesso em: 26 jul. 2019.

SMOLE, K. S. et al. **Cadernos do Mathema**: Jogos de Matemática de 1º a 3º ano. Porto Alegre: Artmed, 2008. v. 3

TONIDANDEL, J. O uso de jogos auxiliando na aprendizagem de figuras planas no nono ano do Ensino Fundamental. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense**. Curitiba: SEED, 2012. p. 1-16. Disponível em: < http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_unioeste_mat_pdp_jaimer_tonidandel.pdf >. Acesso em: 28 jul. 2019.

2.2 Cronograma

Encontro	Data	Conteúdo
1	13/04	Frações Porcentagem Números Decimais
2	27/04	Razão Proporção
3	04/05	Regra de Três
4	11/05	Polinômios Equações
5	18/05	Conjuntos Numéricos Funções
6	25/05	Função Afim
7	01-06	Função Quadrática
8	08/06	Polígonos Área e Perímetro
9	15/06	Ângulos Triângulos Semelhança de Triângulos
10	29/06	Círculo e Circunferência Sólidos e Volume

2.3 Módulo 1 – Frações, Razão, Proporção, Regra de Três, Polinômios e Equações

2.3.1 Plano de aula do dia 13/04/2019

PROMAT – 1º ENCONTRO

PLANO DE AULA - 1º ENCONTRO - 13/04/2019

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas.

Objetivo Geral:

Espera-se, ao final dos quatro primeiros encontros, que o aluno possa:

- Realizar operações com frações, porcentagem e números decimais;
- Calcular razões e aplicar o conceito de proporcionalidade;
- Utilizar regras de três simples e composta na resolução de exercícios;
- Trabalhar com monômios e polinômios por meio da resolução de equações;

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com resolução de problemas, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Efetuar operações com frações e números decimais;
- Realizar conversão de fração para número decimal e vice-versa;
- Calcular porcentagem;
- Relacionar porcentagens e frações;
- Transformar números mistos em decimais;
- Interpretar gráficos e/ou tabelas.

Conteúdo:

Frações, números decimais, porcentagem.

Recursos Didáticos:

Lousa, giz, fichas para dinâmica, lista de exercícios e atividade avaliativa impressas, caderno, caneta ou lápis.

Dinâmica de apresentação:

Logo na chegada dos estudantes, serão entregues a cada um deles um cartão contendo a representação de um número decimal, fracionário ou uma porcentagem (relação em anexo), o qual receberá o nome de “senha”. Após os alunos se acomodarem, cada uma das docentes fará uma breve apresentação, se identificando. Em seguida, os alunos deverão encontrar os colegas que possuem a mesma “senha” e compartilhar em grupos algumas informações, como nome, idade, cidade de origem, conteúdos matemáticos que gostam e conteúdos matemáticos que tiveram dificuldades em compreender. Durante a socialização, as docentes circularão pela sala de aula, esclarecendo eventuais dúvidas e motivando os alunos. Após a interação entre estes, será solicitado que comentem com todos os presentes as informações que partilharam.

Encaminhamento metodológico:

1. Recepção dos alunos e tempo para acomodação (10 min.);
2. Realização da dinâmica de apresentação (40 min.);
3. Apresentação dos conteúdos por meio das discussões fomentadas na dinâmica (10 min.);
4. Resolução de exercícios com intervenções das docentes – lista em anexo (40 min.);
5. **Intervalo**
6. Incentivo a partilha de resultados por parte dos educandos (20 min.);
7. Resolução de exercícios com intervenções das docentes (40 min.);
8. Partilha de resoluções (15 min.);
9. Aplicação da atividade de avaliação, em anexo, e considerações finais (25 min.).

Avaliação:

Após a resolução dos exercícios propostos na lista, cada discente receberá uma atividade contendo o trecho de uma reportagem e um gráfico. A partir da leitura de ambos, os alunos deverão responder a uma sequência de questões, de modo a coletar os dados e realizar os cálculos necessários.

Com base no desempenho dos educandos, especialmente na atividade de avaliação, almeja-se verificar se estes mostram-se aptos a:

- Realizar operações com frações e números decimais, bem como a conversão entre estes números;
- Efetuar cálculos de porcentagem, relacionando-a as frações;
- Transformar números mistos em decimais;
- Realizar a leitura de gráficos e/ou tabelas, obtendo e explorando seus dados.

Referências:

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática**, 6º ano. 6. ed. São Paulo: Moderna, 2006.

COSTA, Rodolfo. **Bolsonaro terá uma base consistente de 222 deputados e 23 senadores.** 2018. Disponível em: https://www.correiobraziliense.com.br/app/noticia/politica/2018/11/17/interna_politica,719979/bolsonaro-tera-uma-base-consistente-de-222-deputados-e-23-senadores.shtml. Acesso em: 16 mar. 2019.

JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo. **Matemática na Medida Certa**, 5ª série. 2. ed. São Paulo, Scipione, 1994.

PROVAS E GABARITOS. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 03 abr. 2019.

PROVAS E SOLUÇÕES. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/provas.htm>. Acesso em: 03 abr. 2019.

SENADORES EM EXERCÍCIO. Disponível em: <https://www25.senado.leg.br/web/senadores/em-exercicio/-/e/por-partido>. Acesso em: 16 mar. 2019

ANEXOS:

$\frac{3}{4}$	0,75	75%	$\frac{6}{8}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{18}$	$0{,}1\overline{6}$	$\frac{15}{90}$
$\frac{9}{8}$	1,125	112,5%	$1\frac{1}{8}$
35%	$\frac{7}{20}$	0,35	$\frac{35}{100}$
$\frac{20}{4}$	5	$0{,}0005\text{x}10^4$	$\frac{400}{80}$
$\frac{1}{10}$	0,1	10%	$1\text{x}10^{-1}$
25%	$\frac{1}{4}$	0,25	2^{-2}
$\frac{3}{5}$	60%	0,6	$\frac{600}{1000}$
$\frac{36}{8}$	$\frac{9}{2}$	4,5	$4\frac{1}{2}$
225%	$2\frac{1}{4}$	2,25	$\frac{9}{4}$
$\frac{1}{3}$	$0,\overline{3}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{7}{21}$
$\frac{15}{12}$	$\frac{5}{4}$	1,25	$1\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8}$	0,125	$\frac{2}{16}$	12,5%
$9\frac{3}{4}$	9,75	$\frac{39}{4}$	$\frac{78}{8}$
60%	$\frac{6}{10}$	0,6	$\frac{150}{25}$
3,5	$\frac{7}{2}$	$\frac{21}{6}$	$3\frac{1}{2}$
$\frac{18}{3}$	6	$\frac{42}{7}$	$\sqrt{36}$
$\frac{9}{10}$	$\frac{180}{200}$	0,9	90%

Quadro 1: Fichas para a dinâmica de apresentação.

Fonte: As autoras.

LISTA DE EXERCÍCIOS
Material do aluno

1) (ENEM - Adaptado) No contexto da matemática recreativa, utilizando diversos materiais didáticos para motivar seus alunos, uma professora organizou um jogo com um tipo de baralho modificado. No início do jogo, vira-se uma carta do baralho na mesa e cada jogador recebe em mãos nove cartas. Deseja-se formar pares de cartas, sendo a primeira carta a da mesa e a segunda, uma carta na mão do jogador, que tenha um valor equivalente àquele descrito na carta da mesa. O objetivo do jogo é verificar qual jogador consegue o maior número de pares. Iniciado o jogo, a carta virada na mesa e as cartas da mão de um jogador são como no esquema:

i) Segundo as regras do jogo, quantas cartas da mão desse jogador podem formar um par com a carta da mesa?

a) 9 b) 7 c) 5 d) 4 e) 3

ii) Liste quais são estas cartas.

2) (ENEM - Adaptada) Num dia de tempestade, a alteração na profundidade de um rio, num determinado local, foi registrada durante um período de 4 horas. Os resultados estão indicados no gráfico de linhas. Nele, a profundidade p, registrada às 13 horas, não foi anotada e, a partir de p, cada unidade sobre o eixo vertical representa um metro.

Foi informado que, entre 15 horas e 16 horas, a profundidade do rio diminuiu em 10%.

Às 16 horas, qual é a profundidade do rio, em metro, no local onde foram feitos os registros?

a) 18 b) 20 c) 24 d) 36 e) 40

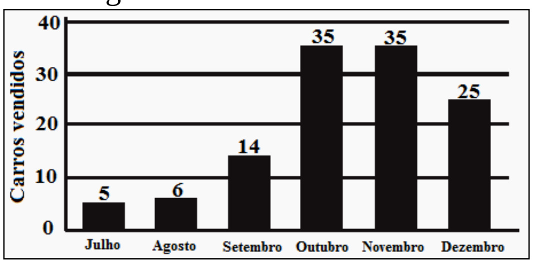
3) (OBMEP) A professora Luísa observou que o número de meninas de sua turma dividido pelo número de meninos dessa mesma turma é 0,48. Qual é o número possível de alunos dessa turma?

a) 24 b) 37 c) 40 d) 45 e) 48

4) (PUC) Somando-se o número x a cada um dos termos da fração $\frac{4}{7}$, obtém-se 0,75. Pode-se afirmar que o valor de x é:

a) um múltiplo de 10
b) um número primo
c) um divisor de 16
d) um número par

5) (ENEM PPL) Após encerrar o período de vendas de 2012, uma concessionária fez um levantamento das vendas de carros novos no último semestre desse ano. Os dados estão expressos no gráfico.



Ao fazer a apresentação dos dados aos funcionários, o gerente estipulou como meta para o mês de janeiro de 2013 um volume de vendas 20% superior à média mensal de vendas do semestre anterior. Para atingir essa meta, a quantidade mínima de carros que deveriam ser vendidos em janeiro de 2013 seria:

a) 17 b) 20 c) 21 d) 24 e) 30

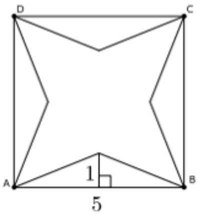
6) Qual é o valor de $1+\frac{1}{1-\frac{2}{3}}$?

7) (ENEM) Deseja-se comprar lentes para óculos. As lentes devem ter espessuras mais próximas possíveis da medida 3 mm. No estoque de uma

loja, há lentes de espessuras: 3,10 mm; 3,021 mm; 2,96 mm; 2,099 mm e 3,07 mm. Se as lentes forem adquiridas nessa loja, a espessura escolhida será, em milímetros, de

a) 2,099 b) 2,96 c) 3,021
d) 3,07 e) 3,10

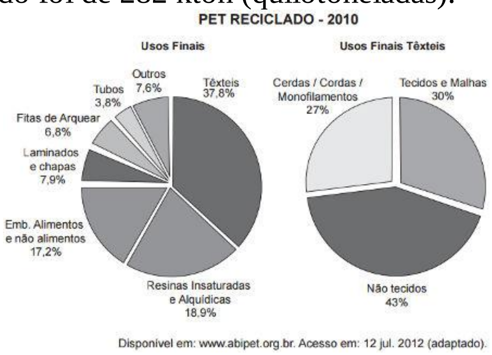
8) (OBMEP) Dentro do quadrado abaixo, de lado medindo 5 cm, uma estrela foi criada desenhando-se quatro triângulos isósceles idênticos medindo 1 cm de altura. Encontre uma fração irredutível que representa a razão entre a área da estrela e a área do quadrado.



Observação: Um triângulo é *isósceles* se dois de seus lados são iguais.

9) (OBMEP) Em uma escola, 1/6 das meninas usam um único brinco; das meninas restantes, metade usa dois brincos e a outra metade não usa brincos. O número de brincos usados pelas meninas é:
a) igual ao número de meninas.
b) o dobro do número de meninas.
c) a metade do número de meninas.
d) dois terços do número de meninas.
e) um terço do número de meninas.

10) **(**ENEM**)** O polímero de PET (Politereftalato de Etileno) é um dos plásticos mais reciclados em todo o mundo devido à sua extensa gama de aplicações, entre elas, fibras têxteis, tapetes, embalagens, filmes e cordas. Os gráficos mostram o destino do PET reciclado no Brasil, sendo que, no ano de 2010, o total de PET reciclado foi de 282 kton (quilotoneladas).



De acordo com os gráficos, a quantidade de embalagens PET recicladas destinadas à produção de tecidos e malhas, em kton, é mais aproximada de

a) 16,0 b) 22,9 c) 32,0 d) 84,6 e) 106,6

11) (ENEM) O Brasil é um país com uma vantagem econômica clara no terreno dos recursos naturais, dispondo de uma das maiores áreas com vocação agrícola do mundo. Especialistas calculam que, dos 853 milhões de hectares do país, as cidades, as reservas indígenas e as áreas de preservação, incluindo florestas e mananciais, cubram por volta de 470 milhões de hectares. Aproximadamente 280 milhões se destinam à agropecuária, 200 milhões para pastagens e 80 milhões para a agricultura, somadas as lavouras anuais e as perenes, como o café e a fruticultura.

FORTES, G. Recuperação de pastagens é alternativa para ampliar cultivos.
Folha de S. Paulo, 30 out. 2011.

De acordo com os dados apresentados, o percentual correspondente à área utilizada para agricultura em relação à área do território brasileiro é mais próximo de

a) 32,8% b) 28,6% c)10,7%
d) 9,4 e) 8,0%

12) (ENEM) Durante uma festa de colégio, um grupo de alunos organizou uma rifa. Oitenta alunos faltaram à festa e não participaram da rifa. Entre os que compareceram, alguns compraram três bilhetes, 45 compraram 2 bilhetes, e muitos compraram apenas um. O total de alunos que comprou urn único bilhete era 20% do número total de bilhetes vendidos, e o total de bilhetes vendidos excedeu em 33 o número total de alunos do colégio. Quantos alunos compraram somente um bilhete?

a) 34 b) 42 c) 47 d) 48 e) 79

13) Um professor disse a seus alunos que o próximo assunto seria tão difícil que $\frac{9}{8}$ da classe não iriam entender. Muitos alunos logo viram que o professor só estava brincando. Como eles perceberam isso?

14) (OBMEP) Determine sete inteiros positivos, todos distintos, tais que a soma dos seus inversos seja igual a 1.

15) (ENEM) Devido ao não cumprimento das metas definidas para a campanha de vacinação contra a gripe comum e o vírus H1N1 em um ano, o Ministério da Saúde anunciou a prorrogação da

campanha por mais uma semana. A tabela apresenta as quantidades de pessoas vacinadas dentre os cinco grupos de risco até a data de início da prorrogação da campanha.

Balanço parcial da vacinação contra a gripe			
Grupo de risco	População (milhão)	Populacão já vacinada	
		(milhão)	(%)
Crianças	4,5	0,9	
Profissionais de saúde	2,0	1,0	
Gestantes	2,5	1,5	
Indígenas	0,5	0,4	
Idosos	20,5	8,2	

Adaptado. Disponível em http://portal.saude.gov.br. Acesso em: 23 mar 2019.

Qual é a porcentagem do total de pessoas desses grupos de risco já vacinadas?

a) 12 b) 18 c) 30 d) 40 e) 50

16) (OBMEP) Imagine as 2015 frações:

$$\frac{2}{2016}, \frac{3}{2015}, \frac{4}{2014}, \dots, \frac{2014}{4}, \frac{2015}{3}, \frac{2016}{2}.$$

É possível escolhermos três destas frações com produto igual a 1?

17) A plateia de um cinema tem 8 setores, todos com o mesmo número de poltronas. Desses setores, três estão em reforma e, por isso, o cinema conta com 72 lugares a menos.

a) Cada setor corresponde a que fração da plateia?
b) Que fração da plateia está em reforma?
c) Quantos lugares tem cada setor do cinema?
d) Quantos lugares têm $\frac{8}{8}$ da plateia?
e) Quantos lugares estão em condições de ser usados?

18) Sabendo que em um concurso de 3800 candidatos, a quantidade de reprovados foi de 37%, de aprovados foi de 49% e que não compareceram foi de 14%, responda:

a) Quantos candidatos foram aprovados no concurso?
b) Quantos candidatos fizeram a prova?
c) Quantos candidatos não compareceram?

19) (ENEM) O gerente do setor de recursos humanos de uma empresa está organizando uma avaliação em que uma das etapas é um jogo de perguntas e respostas. Para essa etapa, ele classificou as perguntas, pelo nível de dificuldade, em fácil, médio e difícil, e escreveu cada pergunta em cartões para colocação em uma urna. Contudo, após depositar vinte perguntas de diferentes níveis na urna, ele observou que 25% delas eram de nível fácil. Querendo que as perguntas de nível fácil sejam a maioria, o gerente decidiu acrescentar mais perguntas de nível fácil à urna, de modo que a probabilidade de o primeiro participante retirar, aleatoriamente, uma pergunta de nível fácil seja de 75%. Com essas informações, a quantidade de perguntas de nível fácil que o gerente deve acrescentar à urna é igual a

a) 10 b) 15 c) 35 d) 40 e) 45

20) Para evitar problemas com a coluna, as crianças não devem carregar mais de $\frac{1}{10}$ do próprio peso. Adultos podem carregar até $\frac{1}{5}$ do próprio peso. Sabendo disso, um adulto e uma criança fizeram seus cálculos: ele pode carregar até 14 quilogramas e a criança até 4. Quantos quilogramas tem esse adulto e essa criança?

21) Num certo país, o Congresso Nacional tem 450 membros. Eles elaboram:
1°) leis complementares (que não mudam a atual Constituição);
2°) emendas à Constituição (que a modificam).
Uma lei complementar é aprovada quando recebe mais da metade dos votos dos membros do Congresso. Aprovar uma emenda é mais difícil: ela precisa obter dois terços de votos dos membros do Congresso.
Calcule o número mínimo de votos necessários para se aprovar:
a) uma lei complementar;
b) uma emenda à Constituição.

22) (ENEM) A Comissão Interna de Prevenção de Acidentes (CIPA) de uma empresa, observando os altos custos com os frequentes acidentes de trabalho ocorridos, fez, a pedido da diretoria, uma pesquisa do número de acidentes sofridos por funcionários. Essa pesquisa, realizada com uma amostra de 100 funcionários, norteará as ações da empresa na política de segurança no trabalho.
Os resultados obtidos estão no quadro:

Número de acidentes sofridos	Número de trabalhadores
0	50
1	17

2	15
3	10
4	6
5	2

A média do número de acidentes por funcionário na amostra que a CIPA apresentará à diretoria da empresa é

a) 0,15 b) 0,30 c) 0,50 d) 1,11 e) 2,22

23) (ENEM) Os alunos da disciplina de estatística, em um curso universitário, realizam quatro avaliações por semestre com os pesos de 20%, 10%, 30% e 40%, respectivamente. No final do semestre, precisam obter uma média nas quatro avaliações de, no mínimo, 60 pontos para serem aprovados. Um estudante dessa disciplina obteve os seguintes pontos nas três primeiras avaliações: 46, 60 e 50, respectivamente. O mínimo de pontos que esse estudante precisa obter na quarta avaliação para ser aprovado é

a) 29,8 b) 71,0 c) 74,5 d) 75,5 e) 84,0

24) (ENEM) Um rapaz estuda em uma escola que fica longe de sua casa, e por isso precisa utilizar o transporte público. Como é muito observador, todos os dias ele anota a hora exata (sem considerar os segundos) em que o ônibus passa pelo ponto de espera. Também notou que nunca consegue chegar ao ponto de ônibus antes de 6 h 15 min da manhã. Analisando os dados coletados durante o mês de fevereiro, o qual teve 21 dias letivos, ele concluiu que 6h 21 min foi o que mais se repetiu, e que a mediana do conjunto de dados é 6 h 22 min.
A probabilidade de que, em algum dos dias letivos de fevereiro, esse rapaz tenha apanhado o ônibus antes de 6 h 21 min da manhã é, no máximo:

a) $\frac{4}{21}$ b) $\frac{5}{21}$ c) $\frac{6}{21}$ d) $\frac{7}{21}$ e) $\frac{8}{21}$

25) (ENEM 2018) Uma empresa deseja iniciar uma campanha publicitária divulgando uma promoção para seus possíveis consumidores. Para esse tipo de campanha, os meios mais viáveis são a distribuição de panfletos na rua e anúncios na rádio local. Considera-se que a população alcançada pela distribuição de panfletos seja igual à quantidade de panfletos distribuídos, enquanto que a alcançada por um anúncio na rádio seja igual à quantidade de ouvintes desse anúncio. O custo de cada anúncio na rádio é de R$ 120,00, e a estimativa é de que seja ouvido por 1500 pessoas. Já a produção e a distribuição dos panfletos custam R$ 180,00 cada 1000 unidades. Considerando que cada pessoa será alcançada por um único desses meios de divulgação, a empresa pretende investir em ambas as mídias. Considere X e Y os valores (em real) gastos em anúncios na rádio e com panfletos, respectivamente. O número de pessoas alcançadas pela campanha será dado pela expressão

a) $\frac{50x}{4}+\frac{50y}{9}$ b) $\frac{50x}{9}+\frac{50y}{4}$ c) $\frac{4x}{50}+\frac{4y}{50}$ d) $\frac{50}{4x}+\frac{50}{9y}$ e) $\frac{50}{9x}+\frac{50y}{4y}$

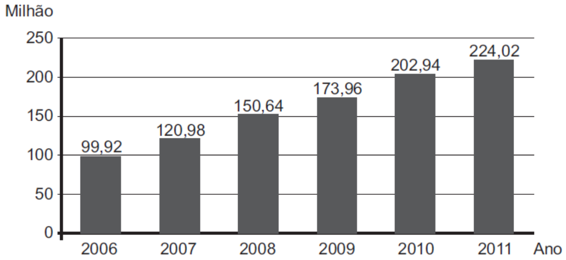
26) (ENEM) Um produtor de milho utiliza uma área de 160 hectares para as suas atividades agrícolas. Essa área é dividida em duas partes: uma de 40 hectares, com maior produtividade, e outra, de 120 hectares, com menor produtividade. A produtividade é dada pela razão entre a produção, em tonelada, e a área cultivada. Sabe-se que a área de 40 hectares tem produtividade igual a 2,5 vezes à da outra. Esse fazendeiro pretende aumentar sua produção total em 15%, aumentando o tamanho da sua propriedade. Para tanto, pretende comprar uma parte de uma fazenda vizinha, que possui a mesma produtividade da parte de 120 hectares de suas terras. Qual é a área mínima, em hectare, que o produtor precisará comprar?

a) 36 b) 33 c) 27 d) 24 e) 21

27) (ENEM) Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras. Um cliente deseja comprar um produto que custava R$ 50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja. Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de

a) 15,00 b) 14,00 c) 10,00
d) 5,00 e) 4,00

28) (ENEM) O gráfico mostra a expansão da base de assinantes de telefonia celular no Brasil, em milhões de unidades, no período de 2006 a 2011.



Disponível em: www.guiadocelular.com. Acesso em: 1 ago. 2012.

De acordo com o gráfico, a taxa de crescimento do número de aparelhos celulares no Brasil, de 2007 para 2011, foi de

a) 8,53% b) 85,17% c) 103,04%
d) 185,17% e) 345,00%

DESAFIO

Três mercadores receberam como pagamento 21 vasos iguais, com quantidades diferentes de vinho, sendo: 7 vasos cheios, 7 meio cheios e 7 vazios. Eles querem dividir os 21 vasos de modo que cada um dos mercadores receba o mesmo número de vasos e a mesma porção de vinho. Cada um dos sócios deve ficar com sete vasos e devem repartir o vinho sem abrir os vasos, isto é, conservando-os exatamente como estão. Como solucionar este problema?

Avaliação:

Bolsonaro terá uma base consistente de 222 deputados e 23 senadores

Levantamento mostra que Jair Bolsonaro terá o apoio inicial de até 260 deputados e 39 senadores. Para aprovar a PEC da Previdência, o presidente eleito precisará negociar com o Congresso a fim de chegar, ao menos, aos 308 votos na Câmara e 54 no Senado

O presidente eleito, Jair Bolsonaro (PSL), deve iniciar a gestão com o apoio de 222 deputados federais e 23 senadores, de acordo com a Queiroz Assessoria Parlamentar e Sindical. A consultoria *Arko Advice* coloca um cenário melhor, com 260 votos favoráveis na Câmara e 39 no Senado. De qualquer forma, os números apontam para muitos desafios que precisarão ser superados. Afinal, o pesselista ainda não dispõe de votos para aprovar nenhum Projeto de Lei Complementar, que exige a maioria absoluta, ou seja, de 257 deputados e 41 senadores. O apoio também é insuficiente para aprovar Propostas de Emenda à Constituição (PEC), como a da reforma previdenciária, que necessitam de 60% dos congressistas em ambas as Casas.

A ampliação da base no Parlamento exigirá muito traquejo político. Afinal, a base calculada de 222 votos inclui deputados que foram eleitos propondo pautas que têm afinidade com o discurso de Bolsonaro durante a campanha, como defesa da segurança pública, combate à corrupção e resgate dos valores da “família tradicional” e dos “bons costumes”. A proximidade com a retórica bolsonarista, no entanto, não garante o embarque de todos os parlamentares à base.

[...]

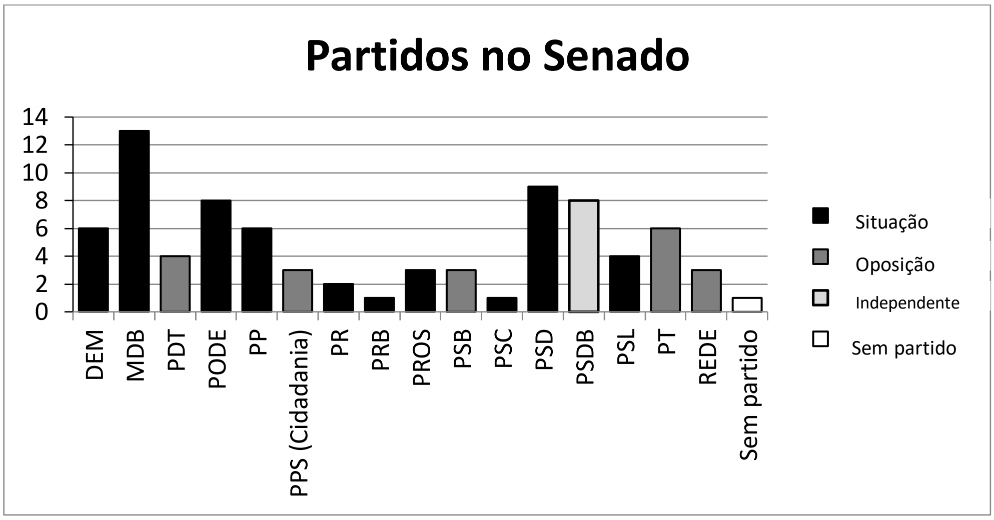
A base condicionada aponta para um apoio de 105 deputados e 28 senadores. Na soma com a base consistente, garante votos suficientes para aprovar uma PEC. A margem, entretanto, é apertada. Para solidificar condições favoráveis de aprovar até emendas à Constituição com folga, será necessário articular com PSDB e Novo, no caso da Câmara. Ambos os partidos são considerados independentes.

[...]

O empenho dos responsáveis pela articulação política de Bolsonaro será primordial para o sucesso da aprovação de pelo menos 16 projetos de interesse do presidente eleito e equipe. Desses, quatro são mais complexos, sendo três projetos de lei complementar e uma PEC. O cientista político Cristiano Noronha, sócio e vice-presidente da consultoria *Arko Advice*, calcula um cenário mais favorável para a base de apoio no Congresso. Nas contas dele, são 260 votos favoráveis na Câmara e 39 no Senado.

[...]

Com base na reportagem e no gráfico abaixo, responda:



1) Quais são as frações do senado que representam cada um desses partidos?

2) Escreva as representações fracionária e decimal do senado que representam:
   a) Situação;
   b) Oposição;
   c) Independente.

3) Qual é o partido majoritário na oposição? Que porcentagem da bancada oposicionista esse partido representa?

4) Para aprovar a Reforma Previdenciária, o governo precisará de quantos votos da oposição?

2.3.1.1 Relatório

RELATÓRIO DO DIA 13/04/2019

Aos treze dias do mês de abril do corrente ano, as estagiárias Karla Katrine Pereira Cazarotto, Laura Massuda Crema, Mariana Thais Garcia e Suenir Barreto dos Anjos, da terceira série do curso de Matemática, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, *Campus* de Cascavel, orientadas pelos professores Arleni Elise Sella Langer e Clezio Aparecido Braga, realizaram sua primeira prática como docentes no PROMAT, curso ofertado aos estudantes da rede pública de ensino.

Os primeiros dos oitenta alunos convocados começaram a chegar logo a partir das sete horas e dez minutos e, na medida em que iam localizando sua sala, foram acomodando-se. As docentes, por sua vez, receberam os estudantes, entregando-lhes um pequeno cartão contendo números representados por meio de frações, decimais, porcentagens e outros. A princípio, pediram apenas que guardassem o cartão para uma futura utilização.

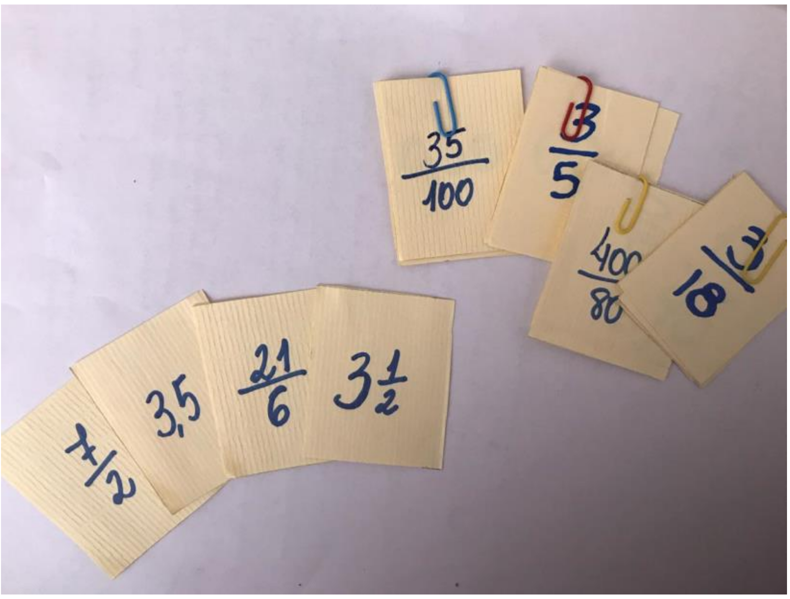


Figura 1: Cartões.

Fonte: As autoras.

Chegadas às oito horas, horário previsto para o início das aulas, as docentes cumprimentaram os alunos, que somavam quarenta e nove, e apresentaram-se. Na sequência, realizaram comentários acerca da dinâmica do Projeto. Não havendo nenhuma manifestação de dúvida, as estagiárias partiram, então, para a primeira atividade.

Certificando-se de que todos haviam recebido um cartão, as docentes solicitaram que cada educando encontrasse senhas equivalentes àquelas que recebeu, de modo a formar grupos com cerca de cinco pessoas. Durante a dinâmica, os alunos apresentaram dificuldades quanto aos seguintes aspectos:

- Encontrar frações, decimais ou porcentagens equivalentes às contidas em seus cartões;
- Identificar os números representados em outras notações (Ex.: 2^{-2});
- Relacionar-se com a turma, demonstrando insegurança e/ou timidez.

Diante das situações mencionadas, as estagiárias, procuraram auxiliar os educandos a fim de que pudessem buscar diferentes representações para o número recebido, os estimulando também a movimentar-se pela sala e interagir com os demais.

Nesse período, alguns alunos chegaram atrasados. Ainda assim, as docentes entregaram-lhes os cartões e buscaram contextualizá-los acerca da atividade. Deste modo, eles também puderam participar normalmente.

Com o intuito de conhecer os educandos e realizar uma espécie de avaliação diagnóstica, cessada a dinâmica, os alunos, ainda em grupos, foram motivados a apresentarem-se, contando aos demais de onde vinham, os conteúdos matemáticos que mais gostavam e aqueles que tiveram mais dificuldades. Embora a maior parte resida na cidade de Cascavel, estudantes de outros municípios como Nova Aurora, Catanduvas, Santa Lúcia e Capitão Leônidas Marques compareceram. Quanto aos conteúdos, geometria e intervalos numéricos apareceram como sendo os de maior preferência. No entanto, matriz, trigonometria, exponencial e logaritmo foram citados como os conteúdos em que tiveram maior dificuldade. Estes dados, porém, não foram registrados.

Com o fim das apresentações, foram entregues aos educandos – que permaneceram em grupos – uma lista de exercícios. Neste momento, os alunos sentiram-se muito mais à vontade para tirar suas dúvidas entre si e com as docentes. Estas, por sua vez, na medida em que iam circulando pela turma, identificaram alguns pormenores.

Situação	Remediação
Dificuldades com o conteúdo: A escolha do primeiro exercício da lista foi de grande valia. Por ser bastante similar à dinâmica inicial, isto é, os alunos também deveriam encontrar cartas equivalentes entre si, as estagiárias puderam verificar se, de fato, os estudantes compreenderam	Nos grupos, as docentes voltaram a explicar o conceito de fração equivalente, bem como sua representação em decimais e porcentagem. Desta forma, os alunos puderam resolver o exercício e dar

o conceito de fração equivalente. Entretanto, alguns educandos, apresentaram dificuldades em sua resolução, demonstrando não ter absorvido o conceito.	continuidade aos demais.
Apresentação de resoluções distintas: Alguns exercícios, como o dois e quatro (logo abaixo), por exemplo, foram solucionados de maneiras distintas pelos discentes. (ENEM - Adaptada) Num dia de tempestade, a alteração na profundidade de um rio, num determinado local, foi registrada durante um período de 4 horas. Os resultados estão indicados no gráfico de linhas. Nele, a profundidade p, registrada às 13 horas, não foi anotada e, a partir de p, cada unidade sobre o eixo vertical representa um metro.  Foi informado que, entre 15 horas e 16 horas, a profundidade do rio diminuiu em 10%. Às 16 horas, qual é a profundidade do rio, em metro, no local onde foram feitos os registros? a) 18 b) 20 c) 24 d) 36 e) 40 (PUC) Somando-se o número x a cada um dos termos da fração $\frac{4}{7}$, obtém-se 0,75. Pode-se afirmar que o valor de x é: a) um múltiplo de 10 b) um número primo c) um divisor de 16 d) um número par	As estagiárias procuraram reconhecer as diferentes soluções apresentadas, de modo a valorizar a produção dos alunos.
Dificuldades com a questão seis: Durante a resolução da lista, os educandos demonstraram certo problema com o exercício seis, a seguir, no qual foram detectadas dificuldades quanto à divisão de frações. Qual é o valor de $1+\frac{1}{1-\frac{2}{3}}$?	Além de retomarem os conceitos referentes à equivalência de frações, as docentes precisaram também relembrar como se dão as operações entre números racionais.
Resolução incompleta da lista de exercícios: Devido ao tempo, os alunos não puderam concluir a resolução dos exercícios.	Já era previsto pelas estagiárias que os educandos não teriam tempo suficiente para resolver a lista de exercícios por completo. No entanto, Karla, Laura, Mariana e Suenir, colocaram-se à disposição para auxiliá-los a concluir as

	questões extraclasse (por meio da comunicação pelo aplicativo *Whatsapp*).

Quadro 2: Dificuldades enfrentadas.

Fonte: As autoras.

Em seguida, as docentes resolveram os dez primeiros exercícios na lousa, de maneira a formalizar os resultados obtidos pelos alunos, que, desta vez, não argumentaram muito.

Figura 2: Alunos trabalhando.

Fonte: As autoras.

Figura 3: Alunos trabalhando.

Fonte: As autoras.

Na atividade avaliativa, os educandos permaneceram em grupos. Nesta eles deveriam realizar a leitura de um trecho de uma reportagem, assim como analisar o gráfico dado. Mesmo se tratando de uma tarefa de caráter avaliativo, as estagiárias continuaram deslocando-se entre os grupos e, por este motivo, notaram vários alunos com dificuldades na interpretação do gráfico. Por outro lado, alguns alunos, coerentemente, questionaram a falta da identificação do eixo das ordenadas.

Mais tarde, ao analisarem os registros dos alunos, notaram que quando se pedia, na questão dois, que os estudantes representassem, por meio de fração e número decimal, a situação, a oposição e o partido independente, alguns utilizaram o número de barras correspondente como denominador e o total que estas somavam como numerador. Houve, também, alunos que representaram partido por partido, deixando de buscar uma representação para o total em cada caso.

Na terceira questão, na qual era preciso mencionar qual o partido majoritário na oposição e que porcentagem lhe representa, muitos consideraram todo o Senado, respondendo incorretamente. Em alguns casos, foi citado o partido com maior número de representantes, se considerado toda a Casa, configurando, para as estagiárias, um equívoco quanto à interpretação da pergunta.

Assim sendo, as docentes concluíram que com relação aos conteúdos, os resultados alcançados foram, de certo modo, satisfatórios. Todavia, verificaram que grande parte dos erros encontrados na atividade avaliativa decorreu de falhas na interpretação das questões. Neste sentido, adquiriram uma maior preocupação no que diz respeito à elaboração dos enunciados, bem como passaram a considerar a heterogeneidade da turma de forma mais abrangente.

É claro que em uma sala com pouco menos de cinquenta alunos, lecionar não seria tarefa fácil. Entretanto, o fato de serem quatro estagiárias/docentes possibilitou o maior contato com os educandos, de modo que, ao menos em uma questão todos puderam ser atendidos por uma das docentes. Além disso, Karla, Laura, Mariana e Suenir encontraram, no PROMAT, alunos motivados, dispostos a desempenhar as tarefas com qualidade – o que fez deste um encontro produtivo, assim como serviu de incentivo para que as docentes deem continuidade ao trabalho com ainda mais zelo.

2.3.2 Plano de aula do dia 27/04/2019

PROMAT – 2º ENCONTRO

PLANO DE AULA - 2º ENCONTRO - 27/04/2019

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas.

Objetivo Geral:

Espera-se, ao final dos quatro primeiros encontros, que o aluno possa:

- Realizar operações com frações, porcentagem e números decimais;
- Calcular razões e aplicar o conceito de proporcionalidade;
- Utilizar regras de três simples e composta na resolução de exercícios;
- Trabalhar com monômios e polinômios por meio da resolução de equações;

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com resolução de problemas, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Identificar a razão e a proporcionalidade entre grandezas;
- Analisar escalas;
- Resolver exercícios envolvendo razões e proporções;
- Interpretar gráficos e/ou tabelas.

Conteúdo:

Razão e proporção; grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais.

Recursos Didáticos:

Lousa, giz, lista de exercícios e atividade avaliativa impressas, caderno, caneta ou lápis, régua, trena, computador com acesso à *internet*, lâminas contendo os principais conceitos abordados, projetor multimídia.

Encaminhamento metodológico:

1. Retomada, por meio de bate-papo, dos conteúdos de fração e porcentagem, abordados no encontro anterior (10 min.);
2. Apresentação, com o auxílio de lâminas, dos conceitos de razão, escalas, proporcionalidade e de grandezas diretamente e inversamente proporcionais (25 min.);
3. Realização (em grupos) de atividade prática, em anexo, envolvendo identificação da proporção no corpo humano (25 min.);
4. Resolução de exercícios – lista em anexo (40 min.);
5. **Intervalo**
6. Resolução de exercícios (50 min.)
7. Resolução da atividade avaliativa, em anexo, por parte dos alunos (30 min.);
8. Discussão dos resultados apresentados na atividade avaliativa utilizando o *Google Maps* (20 min.).

Avaliação:

A atividade avaliativa aborda razão e proporção a partir do trabalho com escala.

Utilizando um mapa da Universidade, adaptado do serviço de visualização de mapas e imagens de satélite *Google Maps*, os discentes deverão calcular a distância entre pontos pré-estabelecidos no mapa, analisando também os casos em que a escala é reduzida ou ampliada.

Após a resolução, far-se-á uma discussão acerca dos resultados apresentados e o cálculo das distâncias utilizando ferramentas do próprio *Google Maps*, e discutindo as alterações na escala.

Pretende-se, ao longo do encontro e especialmente por meio desta atividade, verificar se os alunos se encontram aptos a:

- Identificar a razão e a proporcionalidade entre grandezas;
- Analisar escalas, realizando, também, a interpretação de gráficos e/ou tabelas;
- Resolver exercícios envolvendo razões e proporções.

Referências:

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da Matemática**. 7º ano. São Paulo: FTD, 2009.

MAPA UNIOESTE. Disponível em: <https://www.google.com/maps/place/Universidade+Estadual+do+Oeste+do+Paran%C3%A1+-+UNIOESTE/@-24.987285,53.4491977,18z/data=!4m5!3m4!1s0x94f3d5b1bcc070b3:0x76ce7b726d814d43!8m2!3d-24.9873185!4d-53.4497308>. Acesso em: 06 abr. 2019.

OLIVEIRA, Mônica Teixeira de; ALVARENGA, André Martins; SILVEIRA, Daniel da Silva. **A Matemática do Corpo Humano**: Relacionando conteúdos de Razão, Proporção e Regra de Três por meio de uma Unidade Didática. 2013. Disponível em: <http://cursos.unipampa.edu.br/cursos/cienciasexatas/files/2014/06/Monica-Teixeira-de-Oliveira.pdf>. Acesso em: 29 mar. 2019.

PROVAS E GABARITOS. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 03 abr. 2019.

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patrícia Rosana Moreno. **Vontade de Saber Matemática**. 7º ano. São Paulo: FTD, 2009.

ANEXOS:

Atividade Prática:

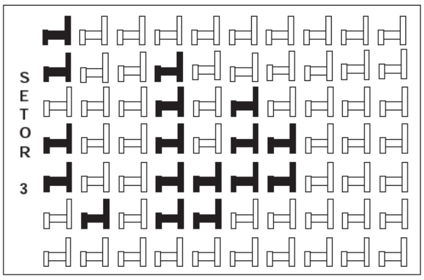
Com o auxílio do colega, utilize a trena para encontrar as medidas abaixo. Preencha a tabela com os resultados encontrados.

	Medida (em cm)
Altura	
Distância do umbigo até os pés	
Distância do topo da cabeça até o queixo	
Distância da linha do cabelo até o queixo	
Tamanho da orelha	

LISTA DE EXERCÍCIOS
Material do Aluno

1) (ENEM PPL) Um vaso decorativo quebrou e os donos vão encomendar outro para ser pintado com as mesmas características. Eles enviam uma foto do vaso na escala 1:5 (em relação ao objeto original) para um artista. Para ver melhor os detalhes do vaso o artista solicita uma cópia impressa da foto com dimensões triplicadas em relação às dimensões da foto original. Na cópia impressa, o vaso quebrado tem uma altura de 30 centímetros.
Qual é a altura real, em centímetros, do vaso quebrado?
a) 2 b) 18 c) 50 d) 60 e) 90

2) (ENEM) Em um certo teatro, as poltronas são divididas em setores. A figura apresenta a vista do setor 3 desse teatro, no qual as cadeiras escuras estão reservadas e as claras não foram vendidas.



A razão que representa a quantidade de cadeiras reservadas do setor 3 em relação ao total de cadeiras desse mesmo setor é:

a) $\frac{17}{70}$

b) $\frac{17}{53}$

c) $\frac{53}{70}$

d) $\frac{53}{17}$

e) $\frac{70}{17}$

3) (ENEM) Diante da hipótese do comprometimento da qualidade da água retirada do volume morto de alguns sistemas hídricos, os técnicos de um laboratório decidiram testar cinco tipos de filtros de água. Dentre esses, os quatro com melhor desempenho serão escolhidos para futura comercialização. Nos testes, foram medidas as massas de agentes contaminantes, em miligrama, que não são capturados por cada filtro em diferentes períodos, em dia, como segue:

Filtro 1 (F1): 18 mg em 6 dias;
Filtro 2 (F2): 15 mg em 3 dias;
Filtro 3 (F3): 18 mg em 4 dias;
Filtro 4 (F4): 6 mg em 3 dias;
Filtro 5 (F5): 3 mg em 2 dias.

Ao final, descarta-se o filtro com a maior razão entre a medida da massa de contaminantes não capturados e o número de dias, o que corresponde ao de pior desempenho.
O filtro descartado é o:
a) F1 b) F2 c) F3 d) F4 e) F5

4) Um professor de matemática tem dois filhos, com idades x e y. Qual a idade dos filhos do professor, sabendo que a soma das idades é 16 e que a razão entre elas é de 5 para 3?

5) (ENEM) Para se construir um contrapiso, é comum, na constituição do concreto, se utilizar cimento, areia e brita, na seguinte proporção: 1 parte de cimento, 4 partes de areia e 2 partes de brita. Para construir o contrapiso de uma garagem, uma construtora encomendou um caminhão betoneira com 14 m³ de concreto.
Qual é o volume de cimento, em m³, na carga de concreto trazido pela betoneira?
a) 1,75 b) 2,00 c) 2,33 d) 4,00 e) 8,00

6) (ENEM) Em uma empresa de móveis, um cliente encomenda um guarda-roupa nas dimensões 220cm de altura, 120cm de largura e 50cm de profundidade. Alguns dias depois, o projetista, com o desenho elaborado na escala 1:8, entra em contato com o cliente para fazer sua apresentação. No momento da impressão, o profissional percebe que o desenho não caberia na folha de papel que costumava usar. Para resolver o problema, configurou a impressora

para que a figura fosse reduzida em 20%.
A altura, a largura e a profundidade do desenho impresso para a apresentação serão, respectivamente:
a) 22cm, 12cm e 5cm
b) 27,50 cm, 15cm e 6,25 cm
c) 34,37 cm, 18,75 cm e 7,81 cm
d) 35,20 cm, 19,20 cm e 8cm
e) 44cm, 24 cm e 10cm

7) A soma das medidas de três segmentos é 90 cm. Expressando estas medidas por a, b e c, e sabendo que $\frac{a}{8} = \frac{b}{5} = \frac{c}{2}$, determine as medidas dos segmentos.

8) (ENEM) Em uma de suas viagens, um turista comprou uma lembrança de um dos monumentos que visitou. Na base do objeto há informações dizendo que se trata de uma peça em escala 1:400, e que seu volume é de 25cm³.
O volume do monumento original, em metro cúbico, é de:
a) 100 b) 400 c) 1600 d) 6250 e) 10000

9) (FEI-SP) Em uma loja, o metro de corda é vendido por R$ 3,00. Se um indivíduo comprar um rolo com 60 metros de corda, a loja fornece um desconto, cobrando R$ 140,00 por cada rolo deste tipo. Três amigos decidiram comprar juntos um rolo de 60 metros de corda dessa loja, ficando o primeiro com 1/5 do rolo, o segundo com 1/4 e o terceiro com o restante. Se a divisão dos gastos foi proporcional à quantidade de corda que cada um recebeu, aquele que comprou a maior quantidade de corda economizou, em relação à compra da mesma quantidade de corda por metro, o total de:
a) R$20,00 b) R$21,00 c) R$22,00
d) R$23,00 e) R$24,00

10)(ENEM) Para uma atividade realizada no laboratório de Matemática, um aluno precisa construir uma maquete da quadra de esportes da escola que tem 28 m de comprimento por 12 m de largura. A maquete deverá ser construída na escala de 1:250.
Que medidas de comprimento e largura, em cm, o aluno utilizará na construção da maquete?
a) 4,8 e 11,2
b) 7,0 e 3,0
c) 11,2 e 4,8
d) 28,0 e 12,0
e) 30,0 e 70,0

11) (ENEM) Nos últimos cinco anos, 32 mil mulheres de 20 a 24 anos foram internadas nos hospitais do SUS por causa de AVC. Entre os homens da mesma faixa etária, houve 28 mil internações pelo mesmo motivo.
Época.26 abr. 2010 (adaptado).

Supondo que, nos próximos cinco anos, haja um acréscimo de 8 mil internações de mulheres e que o acréscimo de internações de homens por AVC ocorra na mesma proporção.
De acordo com as informações dadas, o número de homens que seriam internados por AVC, nos próximos cinco anos, corresponderia a:
a) 4 mil
b) 9 mil
c) 21 mil
d) 35 mil
e) 39 mil

12) (ENEM PPL) Na construção de um conjunto habitacional de casas populares, todas serão feitas num mesmo modelo, ocupando, cada uma delas, terrenos cujas dimensões são iguais a 20 m de comprimento por 8 m de largura. Visando a comercialização dessas casas, antes do início das obras, a empresa resolveu apresentá-las por meio de maquetes construídas numa escala de 1:200.
As medidas do comprimento e da largura dos terrenos, respectivamente, em centímetros, na maquete construída, foram de
a) 4 e 10 b) 5 e 2 c) 10 e 4
d) 20 e 8 e) 50 e 20

13)(Udesc-SC) Uma empresa distribuiu um lucro de R$30.000,00 a seus três sócios. Qual a porção do lucro recebido pelo sócio de maior participação na empresa, se a participação nos lucros for diretamente proporcional aos números 2, 3 e 5?

DESAFIO

Encontre cinco números inteiros ímpares cuja soma seja 100.

Avaliação:
Passeando pela UNIOESTE

Após analisar o mapa, responda:

- Qual é distância percorrida por uma pessoa que se desloca do ponto A ao ponto C?

- Caso pudéssemos desconsiderar fatores como grama, muros, etc., seria possível traçarmos um trajeto menor? Qual?

- Qual seria a distância no mapa entre os pontos A e B, se alterada a escala para 20 m?

2.3.2.1 Relatório

RELATÓRIO DO DIA 27/04/2019

Aos vinte e sete dias do mês de abril do corrente ano, as estagiárias Karla Katrine Pereira Cazarotto, Laura Massuda Crema, Mariana Thais Garcia e Suenir Barreto dos Anjos, da terceira série do curso de Matemática, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, *Campus* de Cascavel, orientadas pelos professores Arleni Elise Sella Langer e Clezio Aparecido Braga, realizaram mais uma prática como docentes no PROMAT, curso ofertado aos estudantes da rede pública de ensino.

O segundo encontro teve início com uma breve retomada, por parte das docentes, dos conteúdos de frações e porcentagens, abordados na aula anterior. Elas aproveitaram a ocasião para saber dos alunos se eles tinham tido dificuldades com a atividade avaliativa do encontro anterior, uma vez que esta não tinha sido discutida em sala. Os educandos, porém, pouco se manifestaram.

Sequencialmente, as docentes partiram para a apresentação dos novos conceitos. A partir do uso de lâminas, expuseram as definições de razão, proporção e grandezas direta e inversamente proporcionais, além de falarem sobre escalas e proporção áurea. Procuraram utilizar também o quadro negro, de modo a destrinchar os conceitos e exemplificá-los por meio de tabelas e situações hipotéticas. Nesta etapa, os alunos ouviam as estagiárias com bastante atenção, fazendo, inclusive, alguns registros em seus cadernos.

Quanto à propriedade fundamental das proporções, é interessante comentar que a definição fora denotada de duas maneiras. São elas:

Em toda proporção, podemos considerar $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \leftrightarrow ad \ = bc$

Em toda proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

Neste último caso, os alunos foram apresentados à seguinte notação:

$$a : b = c : d\ .$$

Aproveitando os comentários acerca da proporção áurea, as docentes passaram para a aplicação da primeira atividade, na qual, reunidos em grupos de quatro ou cinco, os estudantes deveriam aferir medidas como sua altura, distância do topo da cabeça ao queixo, tamanho da orelha, etc. Para auxiliá-los nesse processo, fitas métricas e tabelas com os dados a serem obtidos foram entregues.

Figura 4: Alunos aferindo suas medidas.

Fonte: As autoras.

Conforme as estagiárias circulavam pela sala, observaram alguns discentes com dificuldades na utilização da fita métrica. Em certos grupos, os estudantes demonstraram não saber se as medidas deveriam ser tomadas a partir do zero ou do um centímetro. Diante disso, procuraram orientá-los, retomando as noções de conversão e uso dos instrumentos de medida.

Ademais, é válido ressaltar que a escolha dos grupos foi feita pelos próprios alunos, que, diferentemente da aula anterior, já se mostraram mais à vontade uns com os outros. Entretanto, alguns optaram por permanecer em duplas. Ainda assim, apesar de tratar-se de uma atividade prática, em que a agitação da turma era esperada, todos comportaram-se muito bem, dedicando-se ao máximo em cumprir a tarefa da melhor maneira possível.

Assim que todos terminaram de registrar suas medidas, as docentes os incentivaram a montar razões com os dados encontrados. A primeira delas era referente à proporção áurea e as demais indicavam a proporção de certa parte do corpo com relação ao todo. Com base na discussão realizada ao término da atividade, pôde-se notar resultados bastante satisfatórios, pois todos os grupos conseguiram realizar a atividade e obtiveram razões próximas do número de ouro.

Em seguida, os alunos partiram para a resolução da lista de exercícios, que de modo geral exigia dos alunos a aplicação conceitos de razão e proporção, especialmente da noção de escala. Graças à sua experiência na aula anterior, as estagiárias optaram por apresentar uma quantidade menor de exercícios, para que todos pudessem ser resolvidos pelos alunos.

Durante o momento de resolução, Karla, Laura, Mariana e Suenir passaram pelos grupos a fim de auxiliá-los. Enquanto circulavam pela sala, as docentes perceberam que a questão quatro foi solucionada de várias maneiras, o que demonstra a heterogeneidade da turma.

4) Um professor de matemática tem dois filhos, com idades x e y. Qual a idade dos filhos do professor, sabendo que a soma das idades é 16 e que a razão entre elas é de 5 para 3?

Quadro 3: Exercício proposto.

Fonte: As autoras.

Figura 5: Resolução da lista de exercícios.

Fonte: As autoras.

Mais tarde, as estagiárias realizaram a correção dos exercícios no quadro. Neste momento, faltou luz no prédio. Mas, felizmente, salvo a dificuldade dos estudantes para visualizar o que estava sendo escrito, o encontro pôde seguir tranquilamente.

Uma das docentes, porém, ao resolver as questões, acabou por omitir alguns passos dados como triviais e, assim, justamente por estar trabalhando com uma turma com grande diversidade de alunos, percebeu a importância de estar sempre relembrando conceitos e apresentando as resoluções de forma mais detalhada.

Na sequência, foi entregue a atividade avaliativa. Nela, os educandos deveriam utilizar seus conhecimentos acerca de escalas, bem como lançar mão de um instrumento de medidas. No entanto, ao circularem pela sala, as estagiárias ainda notaram alunos com dificuldades no uso da régua, precisando auxiliá-los novamente neste sentido.

Devido à ausência de energia elétrica, as docentes não puderam discutir os resultados por meio do *Google Maps*, como havia sido planejado, e, por este motivo, os alunos foram dispensados alguns minutos mais cedo. Entretanto, observando as avaliações entregues pelos discentes e seu engajamento na resolução da lista de exercícios, percebeu-se que apesar de algumas dificuldades os alunos estavam dispostos a desenvolver as atividades propostas e sanar dúvidas que, naturalmente, surgiam nesse processo.

2.3.3 Plano de aula do dia 04/04/2019

PROMAT – 3º ENCONTRO

PLANO DE AULA - 3º ENCONTRO - 04/05/2019

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas.

Objetivo Geral:

Espera-se, ao final dos quatro primeiros encontros, que o aluno consiga:

- Realizar operações com frações, porcentagem e números decimais;
- Calcular razões e aplicar o conceito de proporcionalidade;
- Utilizar regras de três simples e composta na resolução de exercícios;
- Trabalhar com monômios e polinômios por meio da resolução de equações;

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com resolução de problemas, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Identificar a razão e proporção entre grandezas;
- Interpretar gráficos e/ou tabelas;
- Resolver exercícios utilizando regra de três simples;
- Resolver exercícios utilizando regra de três composta.

Conteúdo:

Regra de três simples; regra de três composta.

Recursos Didáticos:

Lousa, giz, lista de exercícios e atividade avaliativa impressa, caderno, caneta ou lápis, computador, projetor multimídia.

Encaminhamento metodológico:

1. Retomada oral dos conteúdos abordados no segundo encontro, isto é, razão e proporção (10 min.);
2. Introdução, por meio do uso de lâminas, do conteúdo de regras de três simples e compostas; abordagem realizada com base na análise das grandezas massa e preço, apresentadas por diferentes embalagens de um mesmo produto (30 min.);
3. Resolução de exercícios – conforme lista, em anexo. (60 min.);
4. **Intervalo**
5. Resolução de exercícios e intervenção das docentes (50 min.);
6. Aplicação da atividade avaliativa, em anexo (30 min.);
7. Discussão dos resultados apresentados em (6) (20 min.).

Avaliação:

A atividade avaliativa envolve aplicação da regra de três para análise do rótulo de alimentos. Divididos em duplas os alunos deverão analisar o rótulo – especialmente a tabela nutricional – de um dos alimentos pré-selecionados. Em posse de um pequeno questionário, os discentes utilizarão os dados observados, aplicando seus conhecimentos acerca de regras de três.

Sendo assim, espera-se verificar se os educandos se mostram aptos a:

- Identificar a razão e proporção entre grandezas;
- Resolver exercícios envolvendo regras de três simples e composta;
- Realizar a interpretação de tabelas durante a resolução de exercícios.

Referências:

ALIMENTAÇÃO SAUDÁVEL. Disponível em: <http://bvsms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/alimentacao_saudavel.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2019

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da Matemática**. 7º ano. São Paulo: FTD, 2009.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e Realidade**. 7º ano. 6. ed. São Paulo: Atual, 2009.

PROVAS E GABARITOS. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 03 abr. 2019.

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patrícia Rosana Moreno. **Vontade de Saber Matemática**. 7º ano. São Paulo: FTD, 2009.

ANEXOS:

LISTA DE EXERCÍCIOS
Material do aluno

1) (ENEM) Um paciente necessita de reidratação endovenosa feita por meio de cinco frascos de soro durante 24 h. Cada frasco tem um volume de 800 mL de soro. Nas primeiras quatro horas, deverá receber 40% do total a ser aplicado. Cada mililitro de soro corresponde a 12 gotas. O número de gotas por minuto que o paciente deverá receber após as quatro primeiras horas será:

   a) 16 b) 20 c) 24 d) 34 e) 40

2) (ENEM) Uma cooperativa de colheita propôs a um fazendeiro um contrato de trabalho nos seguintes termos: a cooperativa forneceria 12 trabalhadores e 4 máquinas, em um regime de trabalho de 6 horas diárias, capazes de colher 20 hectares de milho por dia, ao custo de R$ 10,00 por trabalhador por dia de trabalho, e R$ 1.000,00 pelo aluguel diário de cada máquina. O fazendeiro argumentou que fecharia contrato se a cooperativa colhesse 180 hectares de milho em 6 dias, com gasto inferior a R$ 25.000,00.
   Para atender às exigências do fazendeiro e supondo que o ritmo dos trabalhadores e das máquinas seja constante, a cooperativa deveria:

   a) manter sua proposta
   b) oferecer 4 máquinas a mais
   c) oferecer 6 trabalhadores a mais
   d) aumentar a jornada de trabalho para 9 horas diárias
   e) reduzir em R$ 400,00 o valor do aluguel diário de uma máquina

3) (ENEM) Uma indústria tem um reservatório de água com capacidade para 900 m³. Quando há necessidade de limpeza do reservatório, toda a água precisa ser escoada. O escoamento da água é feito por seis ralos, e dura 6 horas quando o reservatório está cheio. Esta indústria construirá um novo reservatório, com capacidade de 500 m³, cujo escoamento da água deverá ser realizado em 4 horas, quando o reservatório estiver cheio. Os ralos utilizados no novo reservatório deverão ser idênticos aos do já existente.
   A quantidade de ralos do novo reservatório deverá ser igual a:
   a) 2 b) 4 c) 5 d) 8 e) 9

4) Para azulejar uma parede retangular de 3m de altura e 6,5m de comprimento foram utilizados 390 azulejos. Quantos azulejos iguais a estes seriam utilizados para azulejar uma parede de 15m² de área?

5) (FAMERP - SP) Um granjeiro tem estoque de ração para alimentar 420 galinhas para 80 dias. depois de x dias de uso desse estoque, o granjeiro vendeu 70 das 420 galinhas. com a venda, o restante do estoque de ração durou 12 dias a mais do que esse restante de ração duraria se ele não tivesse vendido as galinhas. supondo que o consumo diário de ração de cada galinha seja sempre o mesmo, x é igual a:

   a) 16 b) 18 c) 20 d) 22 e) 24

6) Para encher certa piscina uma torneira com vazão constante de 25,2L por minuto demora 39 min. Quanto tempo é necessário para que uma torneira com vazão constante de 37,8L por minuto encha essa mesma piscina?

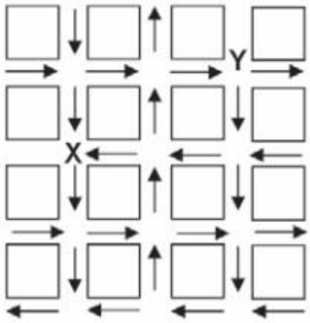
7) (ENEM) Para garantir a segurança de um grande evento público que terá início às 4 h da tarde, um organizador precisa monitorar a quantidade de pessoas presentes em cada instante. Para cada 2 000 pessoas se faz necessária a presença de um policial. Além disso, estima-se uma densidade de quatro pessoas por metro quadrado de área de terreno ocupado. Às 10 h da manhã, o organizador verifica que a área de terreno já ocupada equivale a um quadrado com lados medindo 500 m. Porém, nas horas seguintes, espera-se que o público aumente a uma taxa de 120 000 pessoas por hora até o início do evento, quando não será mais permitida a entrada de público. Quantos policiais serão necessários no início do evento para garantir a segurança?

a) 360 b) 485 c) 560 d) 740 e) 860

8) Com o auxílio de uma corda, que julgava ter 2m de comprimento, João mediu o comprimento de um cano e encontrou 40m. Mais tarde, ele verificou que a corda media na verdade 2,05m. Qual o verdadeiro comprimento do cano?

9) Em uma sala do 7º ano foi realizada uma eleição para representante de turma. O candidato vencedor obteve 22 votos, o equivalente a 55% do total. Sabendo que o segundo colocado na eleição obteve 12 votos, quantos por cento do total de votos ele recebeu?

10) (ENEM) O mapa ao lado representa um bairro de determinada cidade, no qual as flechas indicam o sentido das mãos do tráfego. Sabe-se que esse bairro foi planejado e que cada quadra representada na figura é um terreno quadrado, de lado igual a 200 metros.



Desconsiderando-se a largura das ruas, qual seria o tempo, em minutos, que um ônibus, em velocidade constante e igual a 40 km/h, partindo do ponto X, demoraria para chegar até o ponto Y?

a) 25 min b)15 min c) 2,5 min d) 1,5 min e) 0,15 min

11) (ENEM) Você pode adaptar as atividades do seu dia a dia de uma forma que possa queimar mais calorias do que as gastas normalmente, conforme a relação seguinte:

Enquanto você fala ao telefone, faça agachamentos: 100 calorias gastas em 20 minutos.

Meia hora de supermercado: 100 calorias.

Cuidar do jardim por 30 minutos: 200 calorias.

Passear com o cachorro: 200 calorias em 30 minutos.

Tirar o pó dos móveis: 150 calorias em 30 minutos.

Lavar roupas por 30 minutos: 200 calorias.

Disponível em: http://cyberdiet.terra.com.br. Acesso em: 27 abr. 2010 (adaptado).

Uma pessoa deseja executar essas atividades, porém, ajustando o tempo para que, em cada uma, gaste igualmente 200 calorias.

A partir dos ajustes, quanto tempo a mais será necessário para realizar todas as atividades?

a) 50 minutos
b) 60 minutos
c) 80 minutos
d) 120 minutos
e) 170 minutos

12) Um relógio adianta 21 segundos a cada 7 dias. Quantos minutos adiantará em 360 dias?

13) Para produzir 1000 livros de 240 páginas, uma gráfica consome 360 quilos de papel. Quantos livros de 320 páginas podem ser impressos com 720 quilos de papel?

14) (ENEM PPL) Uma confecção possuía 36 funcionários, alcançando uma produtividade de 5400 camisetas por dia, com uma jornada de trabalho diária dos funcionários de 6 horas. Entretanto, com o lançamento da nova coleção e de uma nova campanha de *marketing*, o número de encomendas cresceu de forma acentuada, aumentando a demanda diária para 21600 camisetas. Buscando atender essa nova demanda, a empresa aumentou o quadro de funcionários para 96. Ainda assim, a carga horária de trabalho necessita ser ajustada.

Qual deve ser a nova jornada de trabalho diária dos funcionários para que a empresa consiga atender a demanda?

a) 1 hora e 30 minutos
b) 2 horas e 15 minutos
c) 9 horas
d) 16 horas
e) 24 horas

15) Uma loja dispõe de 20 balconistas que trabalham 8 horas por dia. Os salários mensais desses balconistas perfazem o total de R$ 28.000,00. Quanto a loja gastará por mês, se passar a ter 30 balconistas trabalhando 5 horas por dia?

16) (UFMG) Uma empresa tem 750 empregados e comprou marmitas individuais congeladas

suficientes para o almoço deles durante 25 dias. Se essa empresa tivesse mais 500 empregados, a quantidade de marmitas adquiridas seria suficiente para quantos dias?

17) (ENEM) Às 17 h 15 min começa uma forte chuva, que cai com intensidade constante. Uma piscina em forma de um paralelepípedo retângulo, que se encontrava inicialmente vazia, começa a acumular a água da chuva e, às 18 horas, o nível da água em seu interior alcança 20 cm de altura. Nesse instante, é aberto o registro que libera o escoamento da água por um ralo localizado no fundo dessa piscina, cuja vazão é constante. Às 18 h 40 min a chuva cessa e, nesse exato instante, o nível da água na piscina baixou para 15 cm.

O instante em que a água dessa piscina terminar de escoar completamente está compreendido entre

a) 19 h 30 min e 20 h 10 min
b) 19 h 20 min e 19 h 30 min
c) 19 h 10 min e 19 h 20 min
d) 19 h e 19 h 10 min
e) 18 h 40 min e 19 h

Avaliação:

Alimentação Saudável

Existe uma relação direta entre nutrição, saúde e bem-estar físico e mental do indivíduo. As pesquisas comprovam que a boa alimentação tem um papel fundamental na prevenção e no tratamento de doenças. Uma alimentação saudável é composta por uma dieta equilibrada, com variedade, moderação e equilíbrio. Consumimos alimentos para formar e manter os tecidos do corpo, regular processos orgânicos e fornecer energia. Para medir a energia liberada na digestão de um alimento, utilizamos como unidade a caloria. A leitura do rótulo dos produtos é muito importante para que possamos conhecer os ingredientes dos alimentos e escolher o melhor possível, considerando nossa saúde e a quantidade de energia que precisamos diariamente. Pensando nisso, observe os rótulos de um pacote de macarrão instantâneo e de uma sopa (que rende 4 porções) e responda.

INFORMAÇÃO NUTRICIONAL
Porção de 85 g (1 pacote)

Quantidade por porção		% VD (*)
Valor energético	375 kcal = 1.575 kJ	19%
Carboidratos	51 g, dos quais:	17%
Açúcares	1,9 g	**
Proteínas	8,4 g	11%
Gorduras totais	15 g	27%
Gorduras saturadas	6,8 g	31%
Gorduras *trans*	0 g	**
Fibra alimentar	2,5 g	10%
Sódio	1.556 mg	65%

* %Valores Diários de referência com base em uma dieta de 2.000 kcal ou 8.400 kJ. Seus valores diários podem ser maiores ou menores dependendo de suas necessidades energéticas. ** VD não estabelecido.

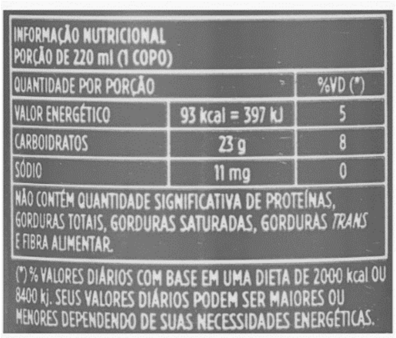
Macarrão instantâneo

INFORMAÇÃO / INFORMACIÓN NUTRICIONAL
Porção de / Porción de 17,5 g (1 ½ colher de sopa / cucharada)***

Quantidade por porção / Cantidad por porción		% VD (*)
Valor energético	57 kcal = 239 kJ	3%
Carboidratos / Carbohidratos	12 g, dos quais / de los cuales:	4%
Açúcares / Azúcares	0,8 g	**
Proteínas	1,2 g	2%
Gorduras totais / Grasas totales	0 g	0%
Gorduras / Grasas saturadas	0 g	0%
Gorduras / Grasas *trans*	0 g	**
Fibra alimentar / alimentaria	0 g	0%
Sódio / Sodio	719 mg	30%

* %Valores Diários de referência com base em uma dieta de 2.000 kcal ou 8.400 kJ. Seus valores diários podem ser maiores ou menores dependendo de suas necessidades energéticas. ** VD não estabelecido. *** Quantidade suficiente para o preparo de 250 ml. / *% Valores Diarios con base a una dieta de 2.000 kcal u 8.400 kJ. Sus valores pueden ser mayores o menores dependiendo de sus necesidades energéticas. Según GMC 46/03. ** VD no establecido. *** Cantidad suficiente para preparar 250 mL.

Sopa



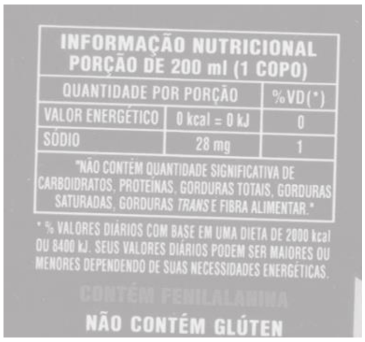
INFORMAÇÃO NUTRICIONAL
PORÇÃO DE 220 ml (1 COPO)

QUANTIDADE POR PORÇÃO		%VD (*)
VALOR ENERGÉTICO	93 kcal = 397 kJ	5
CARBOIDRATOS	23 g	8
SÓDIO	11 mg	0

NÃO CONTÉM QUANTIDADE SIGNIFICATIVA DE PROTEÍNAS, GORDURAS TOTAIS, GORDURAS SATURADAS, GORDURAS *TRANS* E FIBRA ALIMENTAR.

(*) % VALORES DIÁRIOS COM BASE EM UMA DIETA DE 2000 kcal OU 8400 kj. SEUS VALORES DIÁRIOS PODEM SER MAIORES OU MENORES DEPENDENDO DE SUAS NECESSIDADES ENERGÉTICAS.

Refrigerante normal



INFORMAÇÃO NUTRICIONAL
PORÇÃO DE 200 ml (1 COPO)

QUANTIDADE POR PORÇÃO		%VD(*)
VALOR ENERGÉTICO	0 kcal = 0 kJ	0
SÓDIO	28 mg	1

"NÃO CONTÉM QUANTIDADE SIGNIFICATIVA DE CARBOIDRATOS, PROTEÍNAS, GORDURAS TOTAIS, GORDURAS SATURADAS, GORDURAS *TRANS* E FIBRA ALIMENTAR."

* % VALORES DIÁRIOS COM BASE EM UMA DIETA DE 2000 kcal OU 8400 kJ. SEUS VALORES DIÁRIOS PODEM SER MAIORES OU MENORES DEPENDENDO DE SUAS NECESSIDADES ENERGÉTICAS.

CONTÉM FENILALANINA
NÃO CONTÉM GLÚTEN

Refrigerante zero açúcar

a) Uma porção desse alimento tem valor energético em quilocalorias (kcal), um múltiplo da caloria. Qual o valor energético do alimento todo?
b) Qual a porcentagem de sódio necessária diariamente é consumida considerando todo o alimento?
c) Um atleta de alta performance tem uma necessidade energética maior que a de um cidadão normal. Assim, ele precisa consumir diariamente 8000 kcal. Quantas porções do alimento ele precisa consumir para suprir metade dessa necessidade?
d) Qual a principal diferença percebida entre esses alimentos?

2.3.3.1 Relatório

RELATÓRIO DO DIA 04/05/2019

Aos quatro dias do mês de maio do corrente ano, as estagiárias Karla Katrine Pereira Cazarotto, Laura Massuda Crema, Mariana Thais Garcia e Suenir Barreto dos Anjos, da terceira série do curso de Matemática, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, *Campus* de Cascavel, orientadas pelos professores Arleni Elise Sella Langer e Clezio Aparecido Braga, realizaram mais uma prática como docentes no PROMAT, curso ofertado aos estudantes da rede pública de ensino.

Ao iniciarem a aula, as estagiárias retomaram os principais conceitos trabalhados no encontro anterior, procurando enfatizar a diferença entre grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Também aproveitaram o momento para, acessando o *Google Maps*, concluir a atividade avaliativa que havia sido aplicada aos educandos na aula anterior e não havia sido concluída devido à falta de energia elétrica.

Logo após, com o auxílio de lâminas, foram apresentados os preços de três produtos (refrigerante, arroz e sabão em pó) em suas versões convencional e econômica. Desta forma, os alunos foram incentivados a descobrir se, de fato, a opção dita econômica era a mais vantajosa. No momento da discussão, alguns estudantes expressaram seus argumentos com facilidade, compartilhando com os colegas a forma como haviam solucionado o desafio proposto. Outros, porém, representaram apenas por meio de cálculos – cálculos esses que se mostraram bastante variados. Enquanto parte dos alunos calculou o valor do litro, no caso da bebida, e do quilograma, para os demais casos, houve aqueles que optaram por utilizar uma regra de três e, deste modo, encontrar o valor da embalagem convencional caso esta apresentasse a mesma quantidade de produto que a econômica.

Por fim, quando os estudantes já tinham realizado suas análises, as docentes abriram um espaço para a validação dos resultados. Sendo assim, perguntaram como os alunos executaram a tarefa e realizaram alguns cálculos no quadro negro.

Posteriormente, partiram para a resolução da lista de exercícios. Neste momento, os estudantes já se encontravam agrupados. Porém, como puderam unir-se por critérios de afinidade, existiam duplas e grupos maiores, com até cinco integrantes.

Durante a resolução, as estagiárias procuraram auxiliar a todos. Passando pelos grupos, notaram que as maiores dificuldades estavam relacionadas às regras de três compostas. No entanto, além colaborarem com a resolução de questões nesses moldes, contribuíram, também, com a interpretação das questões, análise das grandezas (inversa e diretamente proporcionais) e resolução dos demais exercícios. A aula seguiu desta maneira até onze horas.

Figura 6: Alunos resolvendo a lista de exercícios.

Fonte: As autoras.

Neste encontro, as docentes observaram que os alunos estavam demorando mais tempo para solucionar as questões. Por este motivo, ao invés de realizarem a correção de parte da lista no quadro, optaram por continuar auxiliando os grupos. Deste modo, os alunos puderam resolver um maior número de exercícios. A opinião dos educandos também pesou na decisão, pois não consideraram necessária a resolução na lousa.

A atividade avaliativa foi entregue na sequência. Nela, os discentes deveriam responder a quatro questões utilizando regras de três e, por consequência, analisar a tabela nutricional de dois alimentos, simultaneamente. Como a atividade foi elaborada em duas versões, alguns grupos observaram as tabelas de sopa e macarrão instantâneo e outros de refrigerante normal e do tipo zero açúcar. As estagiárias seguiram dando suas contribuições aos grupos, principalmente quanto à obtenção dos dados.

Com esta atividade, foi possível ver que os discentes se mostraram capazes de relacionar grandezas e a aplicar a regra de três no problema proposto. Além disso, em alguns grupos houve a discussão sobre o consumo exagerado de sódio e as consequências disso para a saúde, questionamentos encorajados pelas docentes. Ademais, percebeu-se que os alunos estão mais à vontade para realizar questionamentos e expor ideias durante os momentos de discussão, o que certamente contribui para a aprendizagem.

2.3.4 Plano de aula do dia 11/05/2019

PROMAT – 4º ENCONTRO

PLANO DE AULA - 4º ENCONTRO - 11/05/2019

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas.

Objetivo Geral:

Espera-se, ao final dos quatro primeiros encontros, que o aluno possa:

- Realizar operações com frações, porcentagem e números decimais;
- Calcular razões e aplicar o conceito de proporcionalidade;
- Utilizar regras de três simples e composta na resolução de exercícios;
- Trabalhar com monômios e polinômios por meio da resolução de equações;

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com resolução de problemas, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Identificar monômios e polinômios;
- Construir uma equação capaz de representar uma situação-problema;
- Resolver equações do 1º grau;
- Resolver equações do 2º grau;
- Resolver sistemas de equações do 1º grau.

Conteúdo:

Monômios; polinômios, equações.

Recursos Didáticos:

Lousa, giz, lista de exercícios e regras do jogo impressas, caderno, caneta ou lápis, computador, lâminas e projetor multimídia, tabuleiro do jogo, dados e pinos.

Encaminhamento metodológico:

1. Retomada de conteúdos abordados no encontro anterior (10 min.);
2. Introdução ao conceito de monômios, polinômios e equações a partir do cálculo e expressão algébrica da área e perímetro de duas figuras a serem apresentadas por meio da exibição de lâminas (20 min.);
3. Formalização oral do conceito de monômios, polinômios e equações (10 min.);
4. Resolução de exercícios (60 min.);
5. **Intervalo**
6. Resolução de exercícios e intervenção das docentes (60 min.)
7. Execução do jogo de tabuleiro, que servirá como atividade avaliativa (40 min.).

Avaliação:

Além de terem seu desempenho observado durante a resolução da lista de exercícios, os alunos serão avaliados através de um jogo: a Trilha Matemática. Em grupos, os educandos receberão um tabuleiro (modelo em anexo) contendo polinômios e equações, além das regras do jogo (em anexo), dados e pinos para a sinalização de suas posições. A execução da atividade depende da resolução das expressões do tabuleiro.

Sendo assim, espera-se, ao final, que os alunos sejam capazes de:

- Identificar equações, bem como monômios e polinômios;
- Resolver equações do 1º grau;
- Resolver equações do 2º grau;

Referências:

CHAVANTE, Eduardo Rodrigues. **Convergências:** matemática. 7º ano. São Paulo: Edições SM, 2015.

CHAVANTE, Eduardo Rodrigues. **Convergências:** matemática. 8º ano São Paulo: Edições SM, 2015.

EXERCÍCOS EQUAÇÕES. Disponível em: <http://www.editoraopirus.com.br/uploads/go/materiais/avaliacao_produtiva/M%C3%A1rio_Matem%C3%A1tica_Tarefas_09-10-11%20e%2012_7%C2%BAano.pdf>. Acesso em: 05 abr. 2019.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da Matemática**. 7º ano. São Paulo: FTD, 2009.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e Realidade**. 8º ano. 6. ed. São Paulo: Atual, 2009.

IMENES, Luiz Márcio Pereira; LELLIS, Marcelo Cestari. **Matemática**. 8º ano. São Paulo: Scipione, 1997.

MIGUEL, Sirlei. **Jogos e Atividades Lúdicas no Ensino de Álgebra**. Disponível em <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unioeste_mat_pdp_sirlei_miguel.pdf>. Acesso em: 02 maio 2019.

PROVAS E GABARITOS. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 03 abr. 2019.

ANEXOS:

LISTA DE EXERCÍCIOS
Material do Aluno

1) (ENEM) Uma pessoa compra semanalmente, numa mesma loja, sempre a mesma quantidade de um produto que custa R$ 10,00 a unidade. Como já sabe quanto deve gastar, leva sempre R$ 6,00 a mais do que a quantia necessária para comprar tal quantidade, para o caso de eventuais despesas extras. Entretanto, um dia, ao chegar à loja, foi informada de que o preço daquele produto havia aumentado 20%. Devido a esse reajuste, concluiu que o dinheiro levado era a quantia exata para comprar duas unidades a menos em relação à quantidade habitualmente comprada.
A quantia que essa pessoa levava semanalmente para fazer a compra era

a) R$ 166,00 b) R$ 156,00 c) R$ 84,00
d) R$ 46,00 e) R$ 24,00

2) (ENEM) Um grupo de 50 pessoas fez um orçamento inicial para organizar uma festa; o valor seria dividido entre elas em cotas iguais. Verificou-se ao final que, para arcar com todas as despesas, faltavam R$ 510,00, e que 5 novas pessoas haviam ingressado no grupo. No acerto foi decidido que a despesa total seria dividida em partes iguais pelas 55 pessoas. Quem não havia ainda contribuído pagaria a sua parte, e cada uma das 50 pessoas do grupo inicial deveria contribuir com mais R$ 7,00.
De acordo com essas informações, qual foi o valor da cota calculada no acerto final para cada uma das 55 pessoas?

a) R$ 14,00 b) R$ 17,00 c) R$ 22,00
d) R$ 32,00 e) R$ 57,00

3) Eva e Ivo são irmãos. Sabendo que a idade de ambos é um número ímpar, que a soma das idades é 40 e que Ivo é seis anos mais velho que Eva, descubra as idades dos irmãos.

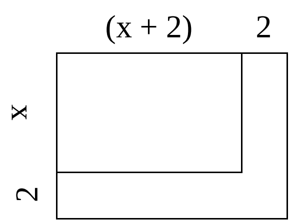
4) (ENEM) Na aferição de um novo semáforo, os tempos são ajustados de modo que, em cada ciclo completo (verde-amarelo-vermelho), a luz amarela permaneça acesa por 5 segundos, e o tempo em que a luz verde permaneça acesa seja igual a 2/3 do tempo em que a luz vermelha fique acesa. A luz verde fica acesa, em cada ciclo, durante X segundos e cada ciclo dura Y segundos.
Qual é a expressão que representa a relação entre X e Y?

a) $5X - 3Y + 15 = 0$
b) $5X - 2Y + 10 = 0$
c) $3X - 3Y + 15 = 0$
d) $3X - 2Y + 15 = 0$
e) $3X - 2Y + 10 = 0$

5) (ENEM) A temperatura T de um forno (em graus Celsius) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento (t = 0) e varia de acordo com a expressão $T(t) = -\frac{t^2}{4} + 400$, com t em minutos. Por motivos de segurança, a trava do forno só é liberada para abertura quando o forno atinge a temperatura de 39ºC.
Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta?

a) 19,0 b) 19,8 c) 20,0
d) 38,0 e) 39,0

6) Quero saber quanto medem os lados do retângulo abaixo. Dou uma pista: aumentando 2m em cada lado, a área aumenta em $44m^2$.

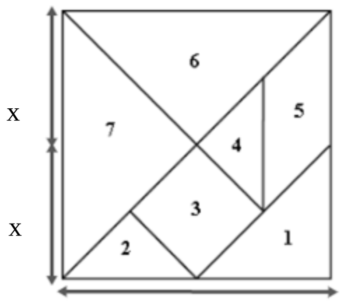


7) Após assaltar um banco, três perversos e incompetentes bandidos fogem num Fusca 68 com velocidade constante de x km/h. Duas horas depois, um distraído mocinho (que é o gerente do banco) começa a persegui-los em um Fusca 71 à velocidade constante de (x+5) km/h. Oito horas após sua partida, o mocinho alcança e prende os bandidos. Descubra a velocidade de cada Fusca.

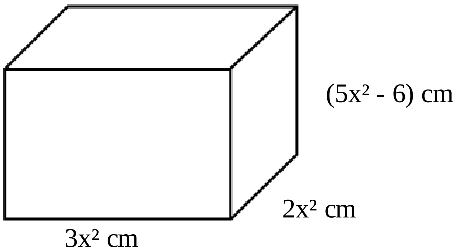
8) (UFSM 2008) Para embalar pastéis folheados, são utilizadas folhas retangulares de papel celofane cujas dimensões são as raízes reais positivas do polinômio $P(x) = x^3 – 12x^2 + 20x + 96$. Sabendo que uma das raízes é – 2, o produto de duas raízes poderá ser

a) 12 b) 16 c) 96
d) 48 e) 16

9) O Tangram é um jogo chinês de formas, uma espécie de quebra cabeças, que consta de sete peças com as quais se podem compor numerosas figuras. Na foto, as sete peças formam um quadrado. Determine a área de cada peça, sabendo-se que a soma de todas as áreas corresponde a $4x^2$.

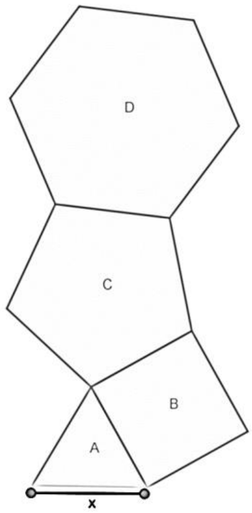


10) Escreva um polinômio que indique o volume do paralelepípedo abaixo.



Considerando x=2, qual é o volume desse paralelepípedo?

11) A imagem a seguir foi construída a partir de uma sequência de polígonos regulares.



a) Quantos lados teria o próximo polígono da sequência?
b) Escreva uma expressão para indicar o perímetro de cada um dos quatro polígonos que compõem a sequência.
c) Se na sequência houvesse um polígono regular de n lados, qual seria a expressão algébrica que indicaria seu perímetro?

12) Um cliente de um banco fez um saque de R$1200,00 em notas de 10 e 20 reais, num total de 73 notas. Quantas notas de 20 reais ele sacou?

13) (Unama - AM) Dois reservatórios, A e B, contém juntos 1100 litros de gasolina. Se forem acrescentados 100 litros de gasolina ao reservatório A, ele ficaria com metade da gasolina contida em B A quantidade de gasolina no reservatório B é:

a) 800 L b) 900 L c) 600 L d) 1000 L e) 860 L

Avaliação:

TRILHA MATEMÁTICA

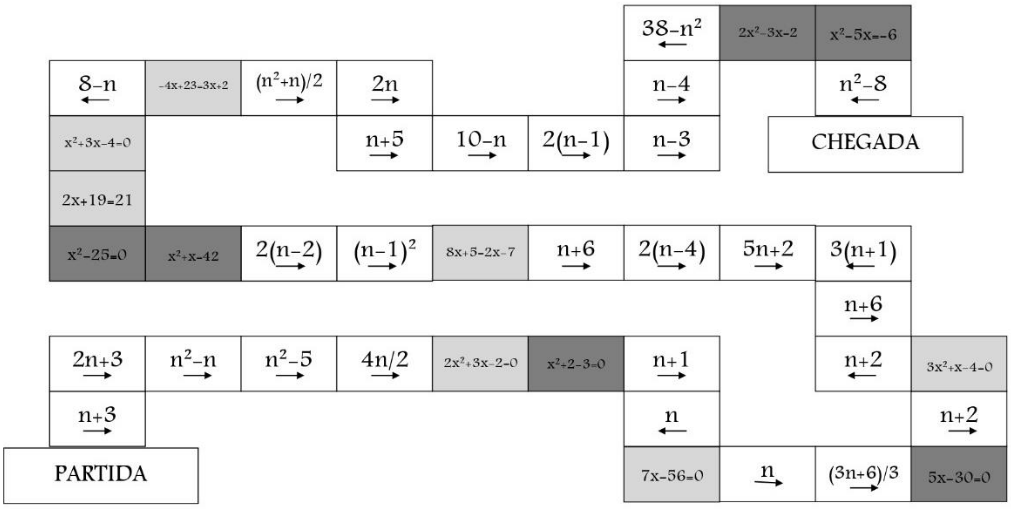


Figura 7: Jogo Trilha Matemática.

Fonte: As autoras.

REGRAS DO JOGO

1. Cada jogador deverá escolher um "pino", que será utilizado para marcar sua posição no tabuleiro. Os participantes decidirão, entre si, a ordem de suas jogadas;
2. Na primeira rodada, os jogadores deverão lançar o dado e mover seus pinos de acordo com o valor obtido no lançamento;
3. Ao longo do jogo, os participantes movimentarão suas peças pelas casas, que se dividem em:
   - CASA BRANCA: Indicam polinômios. Quando estiver em uma dessas casas, o participante deverá lançar o dado e substituir *n* pelo número encontrado. O resultado obtido corresponde ao número de casas que o jogador deverá avançar ou recuar. Por este motivo, o sentido das setas, precisa ser respeitado.
   - CASA CINZA: Indicam equações. Nessas casas, jogador deverá encontrar a (s) raiz (es) da equação dada. Com o cálculo efetuado e devidamente conferido pelos demais, o participante se movimentará obedecendo aos seguintes critérios:
     - Dadas duas raízes, x e y, se $x>0$ e $y<0$, o participante deverá recuar $|y|$ casas;
     - Dadas duas raízes, com $x \in Z$ e $y \in Q$, considera-se x;
     - Em caso de resposta incorreta, o jogador perderá a vez. Na próxima rodada, lançará o dado e avançará o número de casas determinado pelo lançamento.
   - CASA CINZA ESCURO: As casas em chumbo também contêm equações. Os jogadores deverão manter-se nelas a quantidade de rodadas necessárias para obter, no dado, o valor correspondente à raiz da equação.
4. Vence aquele que primeiro cruzar a linha de chegada.

2.3.4.1 Relatório

RELATÓRIO DO DIA 11/05/2019

Aos onze dias do mês de maio do corrente ano, as estagiárias Karla Katrine Pereira Cazarotto, Laura Massuda Crema, Mariana Thais Garcia e Suenir Barreto dos Anjos, da terceira série do curso de Matemática, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, *Campus* de Cascavel, orientadas pelos professores Arleni Elise Sella Langer e Clezio Aparecido Braga, realizaram sua quarta prática como docentes no PROMAT, curso ofertado aos estudantes da rede pública de ensino.

Conforme planejado, o encontro teve início com a retomada dos conteúdos anteriormente abordados: razão, proporção e regra de três. Uma vez observado que os alunos haviam demonstrado dificuldades com relação à regra de três composta, as docentes optaram por dar maior ênfase ao tópico. Assim, além de comentários, realizaram também a resolução de um dos exercícios propostos na aula anterior no quadro. Neste momento, surgiram dúvidas quanto à diferença entre grandezas direta e inversamente proporcionais (conceitos trabalhados nos encontros anteriores), que foram esclarecidas oralmente pelas docentes através da apresentação de exemplos.

Para iniciar o estudo de polinômios, com o auxílio de lâminas, as estagiárias incentivaram os educandos a representar área e o perímetro de duas figuras.

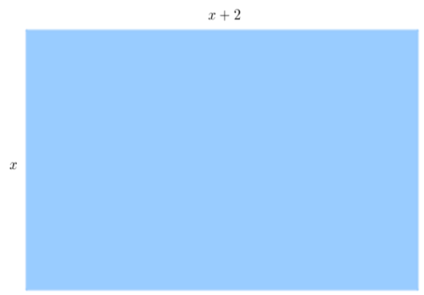


Figura 8: Dimensões do retângulo.

Fonte: As autoras.

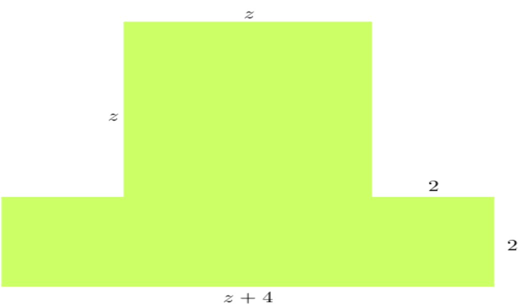


Figura 9: Dimensões da segunda imagem.

Fonte: As autoras.

Inicialmente, os alunos mostraram-se inseguros ao manipular os dados da segunda imagem, por isso foi sugerido que realizassem sua decomposição, ou seja, trabalhassem com a figura por partes.

Alguns estudantes também procuram obter o valor das incógnitas, já demonstrando certo conhecimento da ideia de equação.

Tempos depois, após ouvirem as colocações dos alunos, as docentes resolveram as questões no quadro e, ainda com o uso de lâminas, definiram os conceitos do dia, isto é, monômios, polinômios e equações. Na sequência, foi entregue aos alunos a lista de exercícios, que grosso modo, exigia dos alunos a resolução de equações e representação de polinômios.

Figura 10: Alunos resolvendo a lista de exercícios.

Fonte: As autoras.

Circulando pela sala enquanto os estudantes resolviam os exercícios, as docentes, na medida em que auxiliavam os grupos, notaram que muitos estavam deixando de resolver, especificamente, a oitava questão.

(UFSM 2008) Para embalar pastéis folheados, são utilizadas folhas retangulares de papel celofane cujas dimensões são as raízes reais positivas do polinômio $P(x) = x^3 - 12x^2 + 20x + 96$. Sabendo que uma das raízes é -2, o produto de duas raízes poderá ser a) 12 b) 16 c) 96 d) – 48 e) – 16

Quadro 4: Exercício envolvendo divisão de polinômios.

Fonte: As autoras.

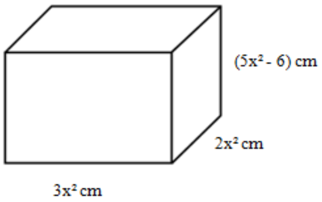
Por se tratar de um exercício envolvendo a divisão de polinômios, a dificuldade apresentada pelos educandos já era prevista. Assim, aproveitando o interesse dos educandos, as estagiárias, minuciosamente, realizaram sua resolução no quadro.

Ademais, foram observados alguns erros do tipo

$$3x^2 . 2x^2 = 6x^2.$$

Por este motivo, a décima questão também foi resolvida no quadro. Deste modo, as docentes criaram uma oportunidade para trabalhar com as operações entre polinômios, assim como relembrar propriedades da potenciação.

Escreva um polinômio que indique o volume do paralelepípedo abaixo.



Considerando x=2, qual é o volume desse paralelepípedo?

Quadro 5: Exercício envolvendo multiplicação de polinômios.

Fonte: As autoras.

A atividade avaliativa foi realizada por meio da “Trilha Matemática”, jogo em que os educandos deveriam manipular polinômios, bem como obter as raízes das equações apresentadas.

Orientados a organizarem-se em grupos com, no máximo, cinco integrantes, após ouvirem as regras, os alunos receberam os materiais e iniciaram a partida. Neste momento as estagiárias revezaram-se entre os grupos, esclarecendo algumas dúvidas quanto à execução do jogo e, desta maneira, puderam observar que alguns alunos não se recordavam da Fórmula resolutiva da equação quadrática.

Figura 11: Alunos jogando.

Fonte: As autoras.

De modo geral, a atividade avaliativa despertou o interesse dos alunos, motivados pela ânsia de vencer o jogo. As docentes, contudo, constataram que alguns alunos tiveram dificuldades na resolução de equações, o que exigiu intervenção nos grupos durante a execução da atividade.

2.4 Módulo 2: Conjuntos Numéricos e Funções

2.4.1 Plano de aula do dia 18/05/2019

PROMAT – 5º ENCONTRO

PLANO DE AULA - 5º ENCONTRO - 18/05/2019

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas.

Objetivo Geral:

Espera-se, ao final dos três encontros deste módulo, que o aluno consiga:

- Identificar conjuntos e intervalos numéricos, aplicando tais conceitos na resolução de problemas;
- Identificar a associação entre números através de uma função e aplicar esse conceito na resolução de problemas;
- Reconhecer a função afim e construir seu gráfico;
- Identificar a função quadrática e construir seu gráfico, considerando pontos notáveis.

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com resolução de problemas, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Identificar conjuntos e operar com a interseção e união de conjuntos;
- Reconhecer conjuntos numéricos e algumas de suas propriedades;
- Identificar e representar intervalos na reta real;
- Interpretar gráficos e/ou tabelas;
- Identificar pontos no plano cartesiano;
- Estabelecer o conceito de função, domínio e imagem;
- Esboçar gráfico de funções.

Conteúdo:

Conjuntos, intervalos numéricos, funções.

Recursos Didáticos:

Lousa, giz, lista de exercícios e atividade avaliativa impressa, caderno, caneta ou lápis, recipientes com água, bolinhas de gude.

Encaminhamento metodológico:

1. Retomada oral dos conteúdos abordados anteriormente (5 min.);
2. Abordagem, com a apresentação de lâminas e discussão oral, dos conjuntos numéricos e algumas de suas propriedades (15 min.);
3. Aplicação da atividade, em anexo, de modo a trabalhar com representação gráfica de dada situação (20 min.);
4. Definição do conceito de função, bem como domínio e imagem, a partir da exploração dos gráficos construídos em (3) (20 min.);
5. Aplicação de atividade prática; divisão dos alunos em quatro grupos, de modo que cada um deles possa ser acompanhado por uma das docentes; análise do aumento do

nível da água de um recipiente em função da quantidade de bolinhas colocadas; construção de tabelas para a organização dos dados (30 min.);
6. Discussão acerca dos resultados obtidos (10 min.);
7. **Intervalo**
8. Resolução de exercícios (em anexo) e intervenção das docentes (50 min.);
9. Aplicação da atividade avaliativa, em anexo (30 min.);
10. Discussão dos resultados apresentados na atividade anterior (20 min.).

Avaliação:

A atividade avaliativa envolve a ideia de função. Em posse de um pequeno questionário, os discentes utilizarão os dados observados em um boleto, aplicando seus conhecimentos acerca de funções para calcular o valor pago em uma prestação.

Sendo assim, espera-se verificar se os educandos se mostram aptos a:

- Determinar a lei de associação de uma função;
- Esboçar o gráfico de uma função,
- Identificar a imagem de função, relacionando o conjunto imagem com conjuntos numéricos.

Referências:

STEWART, James. **Cálculo**. São Paulo: Cengage Learning, 2010. v. 1.

LEONARDO, Fábio Martins de (Ed.). **Conexões com a matemática**. São Paulo: Moderna, 2013. v. 1.

PAIVA, Manoel. **Matemática**: Paiva. São Paulo: Moderna, 2013. v. 1.

PROVAS E GABARITOS. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 09 maio 2019.

ANEXOS:

Atividade para a representação gráfica

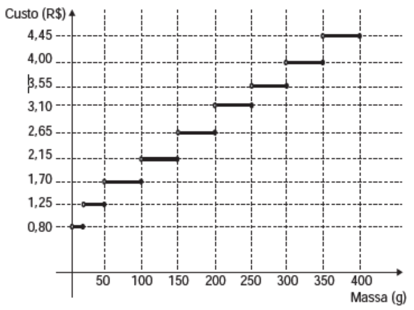
Esboce um gráfico da temperatura externa como uma função do tempo durante um dia típico de primavera.

LISTA DE EXERCÍCIOS
Material do Aluno

1) (ENEM) Um fabricante de cosméticos decide produzir três diferentes catálogos de seus produtos, visando públicos distintos. Como alguns produtos estarão presentes em mais de um catálogo e ocupam uma página inteira, ele resolve fazer uma contagem para diminuir os gastos com originais de impressão. Os catálogos C1, C2 e C3 terão respectivamente, 50, 45 e 40 páginas. Comparando os projetos de cada catálogo, ele verifica que C1 e C2 terão 10 páginas em comum; C1 e C3 terão 6 páginas em comum; C2 e C3 terão 5 páginas em comum, das quais 4 também estarão em C1. Efetuando os cálculos correspondentes, o fabricante concluiu que, para a montagem dos três catálogos, necessitará de um total de originais de impressão igual a:

a) 135 b) 126 c) 118 d) 114 e) 110

2) (ENEM) Deseja-se postar cartas não comerciais, sendo duas de 100 g, três de 200 g e uma de 350 g. O gráfico mostra o custo para enviar uma carta não comercial pelos Correios:



Disponível em: www.correios.com.br. Acesso em: 2 ago. 2012 (adaptado).

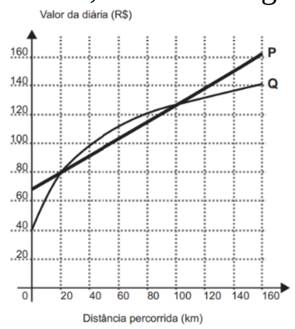
O valor total gasto, em reais, para postar essas cartas é de

a) 8,35 b) 12,50 c) 14,40 d) 15,35 e) 18,05

3) Dois motoristas pararam seus automóveis em um mesmo posto de combustível. Um deles gastou pelo menos R$60,00 na compra de 16 L de gasolina e um aditivo, que custou R$12,00. O outro motorista gastou no máximo R$106,00 na compra de 22 L de gasolina e 1 L de óleo, que custou R$18,00. O preço, em real, do litro de gasolina é um valor pertencente ao intervalo:

a) [3,4]
b)]3,4[
c) [2,3]
d)]2,3[
e)]4,5[

4) (ENEM) Atualmente existem diversas locadoras de veículos, permitindo uma concorrência saudável para o mercado, fazendo com que os preços se tornem acessíveis. Nas locadoras P e Q, o valor da diária de seus carros depende da distância percorrida, conforme o gráfico.



O valor pago na locadora Q é menor ou igual àquele pago na locadora P para distâncias, em quilômetros, presentes em qual(is) intervalo(s)?

a) De 20 a 100
b) De 80 a 130
c) De 100 a 160
d) De 0 a 20 e de 100 a 160
e) De 40 a 80 e de 130 a 160.

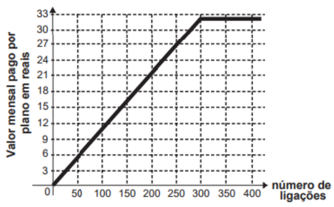
5) Uma função f é uma regra que relaciona a cada elemento de um conjunto A um único elemento de um conjunto B. A respeito das definições de domínio, contradomínio e imagem de uma função, assinale a alternativa correta:

a) Seja y=f(x) a função f, o domínio dessa função é o conjunto de números que podem ser relacionados à variável y dependente.
b) A imagem de uma função é o conjunto dos valores que estão relacionados a algum elemento do domínio.
c) Seja y=f(x) a função f, o domínio dessa função é o conjunto dos valores relacionados à variável independente x.
d) Uma função jamais poderá ter domínio igual ao contradomínio.

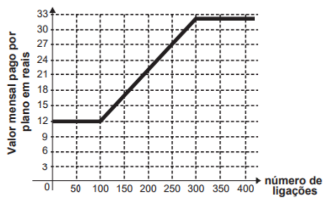
e) O contradomínio de uma função é o conjunto de todos os resultados que se relacionam a algum elemento do domínio.

6) Dos 180 funcionários de um escritório, 108 falam inglês, 68 falam espanhol e 32 não falam inglês nem espanhol. Quantos funcionários do escritório falam inglês e espanhol?

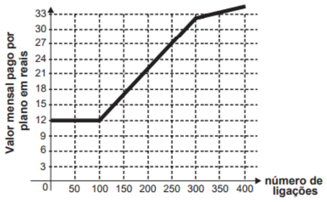
7) (ENEM) Após realizar uma pesquisa de mercado, uma operadora de telefonia celular ofereceu aos clientes que utilizavam até 500 ligações ao mês o seguinte plano mensal: um valor fixo de R$12,00 para os clientes que fazem até 100 ligações ao mês. Caso o cliente faça mais de 100 ligações, será cobrado um valor adicional de R$ 0,10 por ligação, a partir da 101ª até a 300ª; e caso realize entre 300 e 500 ligações, será cobrado um valor fixo mensal de R$32,00.
Com base nos elementos apresentados, o gráfico que melhor representa a relação entre o valor mensal pago nesse plano e o número de ligações feitas é:



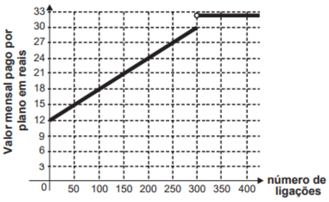
a)



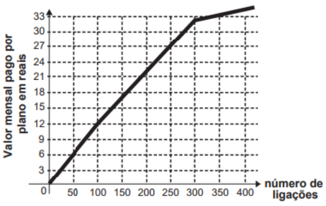
b)



c)



d)



e)

8) Dada a função $f(x) = 2x - 3$, o domínio $\{2, 3, 4\}$ e o contradomínio composto pelos naturais entre 1 e 10, qual das opções a seguir representa o conjunto imagem dessa função?

a) $\{1, 3, 5\}$
b) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
c) $\{4, 6, 8\}$
d) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
e) $\{1, 3, 8\}$

9) (CEFET) Em relação aos conjuntos numéricos, é correto afirmar que:

a) Todo número racional é natural, mas nem todo número natural é racional.
b) Todo número inteiro é natural, mas nem todo número natural é inteiro.
c) Todo número real é natural, mas nem todo número natural é real.
d) Todo número racional é inteiro, mas nem todo número inteiro é racional.
e) Todo número irracional é real.

10) Dada a função $f(x) = 2x$, com domínio igual ao conjunto dos números naturais, assinale a alternativa correta relativa a seu domínio, contradomínio e imagem.

a) O domínio dessa função possui todos os números inteiros.
b) Não é possível usar essa função para qualquer fim, pois o seu contradomínio não está bem definido.
c) A imagem dessa função é igual ao conjunto dos números pares não negativos.
d) O contradomínio dessa função não pode ser o conjunto dos números naturais.
e) A imagem dessa função é igual ao seu domínio.

11) (Fuvest-SP) O número x não pertence ao intervalo aberto de extremos -1 e 2. Sabe-se que $x < 0$ ou $x > 3$. Pode-se então concluir que:

a) $x \leq -1$ ou $x > 3$
b) $x \geq 2$ ou $x < 0$
c) $x \geq 2$ ou $x \leq -1$
d) $x > 3$
e) nenhum das anteriores

12) Sejam a e b números irracionais. Dadas as afirmações:

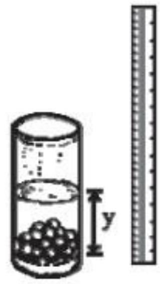
i. a.b é um número irracional.
ii. a+b é um número irracional.
iii. a-b pode ser um número racional.

a) As três são falsas.
b) As três são verdadeiras.
c) Somente i e iii são verdadeiras.
d) Somente i é verdadeira.
e) i e ii são falsas.

13) Qual das alternativas abaixo está **incorreta** quanto aos conjuntos numéricos e sua representação no diagrama de Venn?

a) Os números reais são definidos como o conjunto numérico que contém todos os números racionais e irracionais.
b) No diagrama de Venn, os números racionais são representados por uma figura geométrica que contém outra figura que representa o conjunto dos números inteiros.
c) No diagrama de Venn, o conjunto dos números naturais é representado por uma figura geométrica que é a única a estar dentro de todos os outros conjuntos.
d) O conjunto dos números naturais não contém nenhum outro conjunto numérico em sua totalidade, exceto por seus próprios subconjuntos.
e) O conjunto dos números irracionais não contém nenhum outro conjunto numérico, exceto por seus próprios subconjuntos e, além disso, costuma ser representado por um retângulo, lado a lado ao retângulo que representa os números racionais.

14) (ENEM) Um experimento consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível e medir o nível da água, conforme ilustrado na figura a seguir. Como resultado do experimento, concluiu-se que o nível da água é função do número de bolas de vidro que são colocadas dentro do copo.



O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.

Número de bolas (x)	Nível da água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05 cm

Disponível em: www.penta.ufrgs.br. Acesso em: 13 jan. 2009 (adaptado).

Qual a expressão algébrica que permite calcular o nível da água (y) em função do número de bolas (x)?

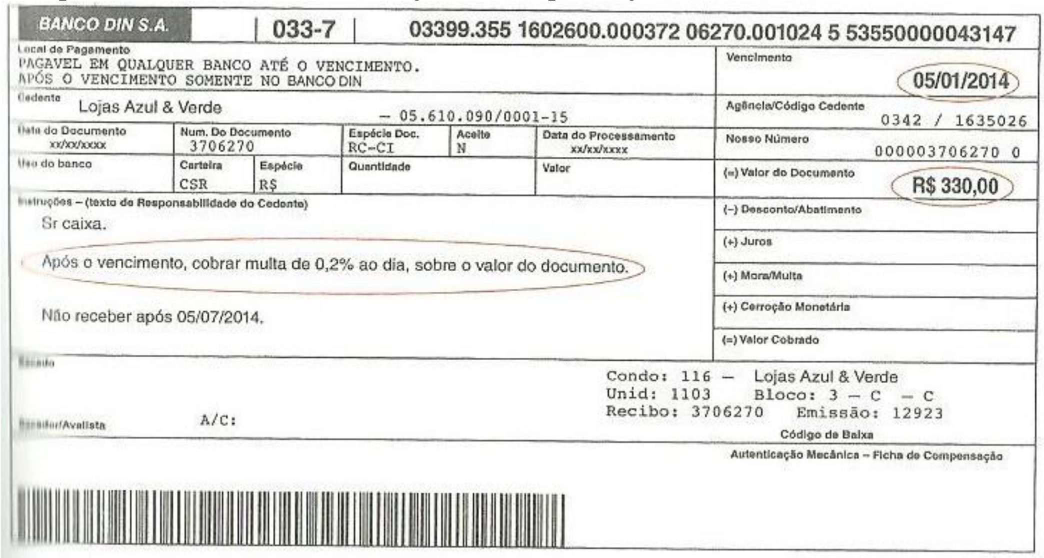
a) $y = 30x$
b) $y = 25x + 20,2$
c) $y = 1,27x$
d) $y = 0,7x$
e) $y = 0,07x + 6$

15) Qual das afirmações abaixo está correta com relação às representações por Diagrama de Venn dos conjuntos dos números naturais, pares e ímpares?

a) Existem elementos na interseção dos números pares com os números ímpares, isto é, existem números que são pares e ímpares ao mesmo tempo.
b) O conjunto dos números pares contém o conjunto dos números ímpares.
c) O conjunto dos números ímpares contém o conjunto dos números pares.
d) O conjunto dos números naturais contém apenas o conjunto dos números pares
e) O conjunto dos números naturais contém os conjuntos dos números pares e dos números ímpares, que, por sua vez, não possuem nenhum elemento em comum.

Avaliação:

A figura representa o boleto de cobrança de uma prestação.



BANCO DIN S.A.	033-7	03399.355 1602600.000372 06270.001024 5 53550000043147				
Local de Pagamento PAGAVEL EM QUALQUER BANCO ATÉ O VENCIMENTO. APÓS O VENCIMENTO SOMENTE NO BANCO DIN						Vencimento 05/01/2014
Cedente Lojas Azul & Verde — 05.610.090/0001-15						Agência/Código Cedente 0342 / 1635026
Data do Documento xx/xx/xxxx	Num. Do Documento 3706270		Espécie Doc. RC-CI	Aceite N	Data do Processamento xx/xx/xxxx	Nosso Número 000003706270 0
Uso do banco	Carteira CSR	Espécie R$	Quantidade		Valor	(=) Valor do Documento R$ 330,00
Instruções – (texto de Responsabilidade do Cedente) Sr caixa. Após o vencimento, cobrar multa de 0,2% ao dia, sobre o valor do documento. Não receber após 05/07/2014.						(–) Desconto/Abatimento (+) Juros (+) Mora/Multa (+) Correção Monetária (=) Valor Cobrado
Sacado Condo: 116 — Lojas Azul & Verde Unid: 1103 Bloco: 3 — C — C Recibo: 3706270 Emissão: 12923						
Sacador/Avalista A/C:						Código de Baixa
						Autenticação Mecânica – Ficha de Compensação

a) Qual seria o valor pago por esse boleto se o pagamento fosse efetuado em 11/01/2014?

b) Qual deveria ser a data de pagamento desse boleto para que o valor pago fosse de R$343,20?

c) Obtenha a lei de associação que expressa o valor y a pagar por esse boleto, em real, em função do número x de dias de atraso.

d) Faça um esboço do gráfico da função e identifique a qual conjunto numérico pertence a imagem desta função.

2.4.1.1 Relatório

RELATÓRIO DO DIA 18/05/2019

Aos dezoito dias do mês de maio do corrente ano, as estagiárias Karla Katrine Pereira Cazarotto, Laura Massuda Crema, Mariana Thais Garcia e Suenir Barreto dos Anjos, da terceira série do curso de Matemática, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, *Campus* de Cascavel, orientadas pelos professores Arleni Elise Sella Langer e Clezio Aparecido Braga, realizaram sua quinta prática como docentes no PROMAT, curso ofertado aos estudantes da rede pública de ensino.

Inicialmente, as estagiárias retomaram os conteúdos estudados no encontro anterior, realizando breves comentários acerca polinômios, equações e resolução de equações. Além disso, perguntaram aos alunos se estes apresentavam alguma dúvida com relação aos exercícios trabalhados no quarto encontro. Não havendo nenhum pronunciamento, as docentes passaram a trabalhar com Conjuntos.

Contando com a participação dos alunos, resolveram o problema abaixo, no quadro, e definiram os conceitos de igualdade, união, interseção e diferença entre conjuntos. Na sequência, abordaram os conjuntos numéricos através de projeções.

Foi realizada uma pesquisa com 350 pessoas para avaliar a eficácia de um anúncio na divulgação de dois produtos, A e B. Ao final da pesquisa, constatou-se que 280 dos entrevistados conheciam o produto A, 80 entrevistados conheciam os dois produtos e 20 entrevistados não conheciam nenhum dos produtos. Quantos entrevistados conheciam apenas o produto B?

Quadro 6: Enunciado.

Fonte: As autoras.

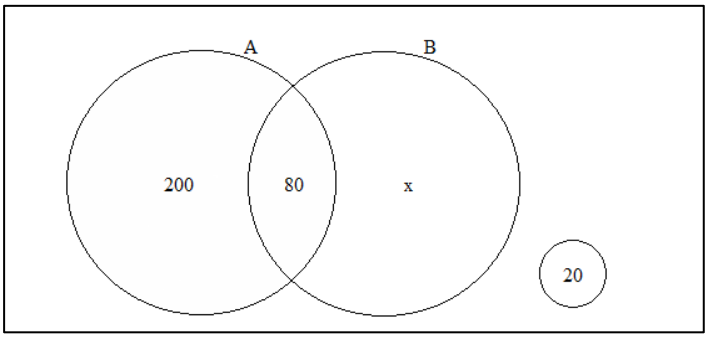


Figura 12: Representação utilizada (Diagrama de Venn).

Fonte: As autoras.

Posteriormente, com o intuito de introduzir o conceito de função, as docentes pediram aos estudantes que representassem graficamente a variação da temperatura durante um dia de primavera. A atividade foi realizada individualmente e, ao passo em que os alunos trabalhavam, Karla, Laura, Mariana e Suenir circulavam pela sala, verificando, assim, diversas representações, como gráfico de colunas, retas e curvas. Contudo, apesar de distintas, todas descreviam o comportamento esperado.

Logo após, com base nas produções dos alunos, as estagiárias esboçaram um gráfico, no quadro. Para isto, definiram intervalos (de três em três horas) e atribuíram uma temperatura a cada um deles. Procuraram, neste momento, realizar comentários sobre eixos, escala, pontos e coordenadas. Em seguida, as definições de função, domínio e imagem foram apresentadas.

Sequencialmente, os alunos foram motivados a formarem quatro grupos, de modo todos fossem acompanhados por uma das docentes. Assim que todos se colocaram a postos, cada grupo recebeu um recipiente com água, um recipiente graduado (uma proveta plástica) e algumas bolinhas de gude. Além do mais, foram instruídos a, depois de encherem o segundo recipiente até a marca dos 60 mL, adicionar as bolinhas, uma a uma. Assim, registrando a variação do nível da água após a inserção de cada bolinha, os alunos puderam verificar a proporcionalidade entre o volume e a quantidade de bolinhas. Desta forma, foi possível construir o gráfico e estabelecer uma lei de formação para o evento.

Na atividade, os estudantes perceberam rapidamente a regularidade ocorrida. Entretanto, alguns apresentaram dificuldades em expressá-la matematicamente, isto é, em definir uma lei de formação.

Um caso interessante a ser comentado foi o fato de que em um dos grupos, uma das bolinhas acrescentadas causou um aumento diferente do esperado. Ainda assim, os alunos fizeram questão de manter os dados e obter funções fiéis ao experimento.

Dois grupos realizaram a prática num menor tempo. De modo a não prejudicar os demais, as estagiárias optaram por trocar as bolinhas, possibilitando que ambos verificassem uma nova função.

Após o intervalo, com o término da atividade, os alunos partiram para a resolução de uma lista de exercícios. De modo geral, os exercícios exigiam que os alunos retomassem os conceitos de função, domínio e imagem, analisassem gráficos de função e identificassem a lei de formação de uma função. Como de costume, as estagiárias circularam pela sala auxiliando os grupos e esclarecendo dúvidas, que de modo geral centravam-se nos conceitos de domínio e imagem.

Figura 13: Alunos resolvendo a lista de exercícios.

Fonte: As autoras.

Figura 14: Alunos trabalhando na resolução da lista de exercícios.

Fonte: As autoras.

A resolução da lista se estendeu além do planejado, de modo que o tempo destinado para resolução da atividade avaliativa foi reduzido. A atividade consistia no cálculo do valor pago por um boleto em função dos dias de atraso no pagamento. Os discentes deveriam estabelecer a lei de associação da função e esboçar um gráfico dessa função. Como nem todos os alunos concluíram a atividade, foram orientados a terminar a resolução em casa, de modo que a discussão sobre o problema fosse realizada na aula seguinte.

2.4.2 Plano de aula do dia 25/05/2019

PROMAT – 6º ENCONTRO

PLANO DE AULA - 6º ENCONTRO - 25/05/2019

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas.

Objetivos Gerais:

Espera-se, ao final dos três encontros deste módulo, que o aluno consiga:

- Identificar conjuntos e intervalos numéricos, aplicando esses conceitos na resolução de problemas;
- Identificar a associação entre conjuntos de números através de uma função e aplique esse conceito na resolução de problemas;
- Reconhecer a função afim e construir seu gráfico;
- Identificar a função quadrática e construir seu gráfico, destacando seus pontos notáveis.

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com resolução de problemas, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Exemplificar função afim;
- Construir o gráfico de uma função afim;
- Determinar a lei de associação a partir do gráfico da função;
- Construir gráfico de função expressa por mais de uma sentença;
- Discutir variação do sinal da função.

Conteúdo:

Função do primeiro grau, função afim.

Recursos Didáticos:

Lousa, giz, lista de exercícios e atividade avaliativa impressa, caderno, caneta ou lápis.

Encaminhamento metodológico:

1. Retomada do conteúdo abordado anteriormente (função) por meio da atividade avaliativa desenvolvida na aula anterior (20 min.);
2. Exploração do conceito de função do primeiro grau através do cálculo do Imposto de Renda (30 min.);
3. Resolução de exercícios – conforme lista, em anexo. (50 min.);
4. **Intervalo**
5. Resolução de exercícios e intervenção das docentes (50 min.);
6. Aplicação da atividade avaliativa, em anexo (30 min.);
7. Discussão dos resultados apresentados na avaliação com o auxílio do software Geogebra (20 min.).

Avaliação:

A atividade avaliativa envolve a ideia de função afim por partes. Os discentes utilizarão dados fornecidos pela Sanepar sobre cobrança de contas de água e aplicarão os conhecimentos estudados em aula para obter a lei da função que representa o valor pago na conta de água de acordo com o volume de água consumido em m³, além de um gráfico que o represente.

Sendo assim, espera-se verificar se os educandos se mostram aptos a:

- Determinar a lei de associação de uma função por partes;
- Esboçar o gráfico de uma função.

Referências:

A PARTE DO LEÃO (vídeo). Disponível em <https://m3.ime.unicamp.br/ recursos/1153>. Acesso em: 23 maio 2019.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e Realidade**. 9º ano. 6. ed. São Paulo: Atual, 2009.

LEONARDO, Fábio Martins de (Ed.). **Conexões com a matemática**. São Paulo: Moderna, 2013. v. 1.

PAIVA, Manoel. **Matemática**: Paiva. São Paulo: Moderna, 2013. v. 1.

PROVAS E GABARITOS. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 09 maio 2019.

RECEITA FEDERAL. Disponível em: <http://receita.economia.gov.br/>. Acesso em: 22 maio 2019.

SANEPAR. Disponível em: <https://site.sanepar.com.br/>. Acesso em: 23 maio 2019.

ANEXOS:

LISTA DE EXERCÍCIOS

Material do aluno

1) (ENEM) O saldo de contratações no mercado formal do setor varejista da região metropolitana de São Paulo registrou alta. Comparando as contratações deste setor no mês de fevereiro com as de janeiro deste ano, houve incremento de 4300 vagas no setor, totalizando 880605 trabalhadores com carteira assinada.

Disponível em: http://www.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Considerando-se que y e x representam, respectivamente, as quantidades de trabalhadores no setor varejista e os meses, janeiro sendo o primeiro, fevereiro, o segundo, e assim por diante, a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses é:

a) y = 4 300x
b) y = 884 905x
c) y = 872 005 + 4 300x
d) y = 876 305 + 4 300x
e) y = 880 605 + 4 300x

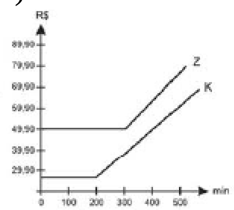
2) (ENEM) Uma indústria fabrica um único tipo de produto e sempre vende tudo o que produz. O custo total para fabricar uma quantidade q de produtos é dado por uma função, simbolizada por CT, enquanto o faturamento que a empresa obtém com a venda da quantidade q também é uma função, simbolizada por FT. O lucro total (LT) obtido pela venda da quantidade q de produtos é dado pela expressão LT(q) = FT(q) – CT(q).
Considerando-se as funções FT(q) = 5q e CT(q) = 2q + 12 como faturamento e custo, qual a quantidade mínima de produtos que a indústria terá de fabricar para não ter prejuízo?

a) 0 b) 1 c) 3 d) 4 e) 5

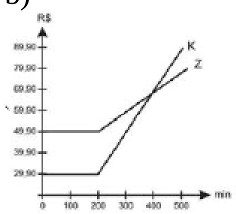
3) Determine a função afim $f(x) = ax + b$, sabendo que a reta determinada pela função passa pelos pontos $(-2,1)$ e $(1,4)$.

4) (ENEM) Uma empresa de telefonia fixa oferece dois planos aos seus clientes: no plano K, o cliente paga R$ 29,90 por 200 minutos mensais e R$ 0,20 por cada minuto excedente; no plano Z, paga R$ 49,90 por 300 minutos mensais e R$ 0,10 por cada minuto excedente.
O gráfico que representa o valor pago, em reais, nos dois planos em função dos minutos utilizados é:

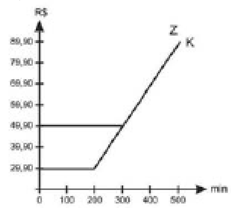
a)



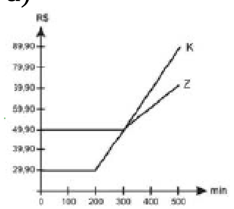
b)



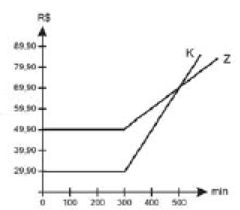
c)



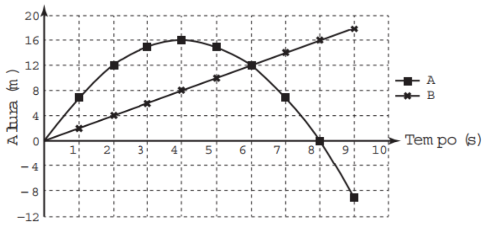
d)



e)



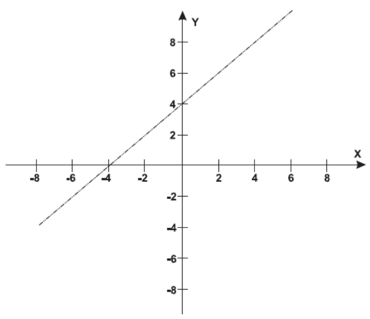
5) (ENEM) Para uma feira de ciências, dois projéteis de foguetes, A e B, estão sendo construídos para serem lançados. O planejamento é que eles sejam lançados juntos, com o objetivo de o projétil B interceptar o A quando esse alcançar sua altura máxima. Para que isso aconteça, um dos projéteis descreverá uma trajetória parabólica, enquanto o outro irá descrever uma trajetória supostamente retilínea. O gráfico mostra as alturas alcançadas por esses projéteis em função do tempo, nas simulações realizadas.



Com base nessas simulações, observou-se que a trajetória do projétil B deveria ser alterada para que o objetivo fosse alcançado.
Para alcançar o objetivo, o coeficiente angular da reta que representa a trajetória de B deverá

a) diminuir em 2 unidades
b) diminuir em 4 unidades
c) aumentar em 2 unidades
d) aumentar em 4 unidades
e) aumentar em 8 unidades

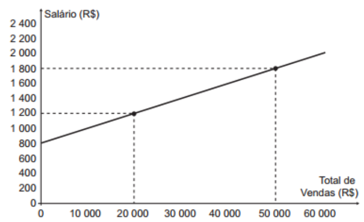
6) (ENEM) Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros.



A reta de equação $y = x + 4$ representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto P = (-5, 5), localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que 5 km.

Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seria automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação no ponto.
a) (–5, 0)
b) (–3, 1)
c) (–2, 1)
d) (0, 4)
e) (2, 6)

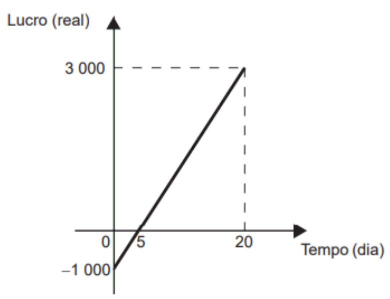
7) (ENEM PPL) No comércio é comumente utilizado o salário mensal comissionado. Além de um valor fixo, o vendedor tem um incentivo, geralmente um percentual sobre as vendas. Considere um vendedor que tenha salário comissionado, sendo sua comissão dada pelo percentual do total de vendas que realizar no período. O gráfico expressa o valor total de seu salário, em reais, em função do total de vendas realizadas, também em reais.



Qual o valor percentual da sua comissão?

a) 2,0% b) 5,0% c) 16,7% d) 27,7% e) 50,0%

8) (ENEM PPL) Em um mês, uma loja de eletrônicos começa a obter lucro já na primeira semana. O gráfico representa o lucro (L) dessa loja desde o início do mês até o dia 20. Mas esse comportamento se estende até o último dia, o dia 30.



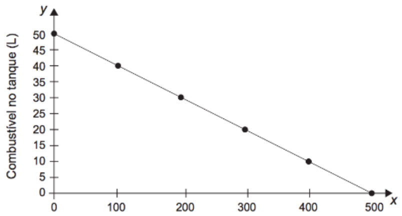
A representação algébrica do lucro (L) em função do tempo (t) é:

a) L(t) = 20t + 3000
b) L(t) = 20t + 4000
c) L(t) = 200t
d) L(t) = 200t - 1000
e) L(t) = 200t + 3000

9) Um fabricante de sapatos tem um custo mensal de R$7000,00 para produzir 300 pares de calçados. Para produzir 400 pares no mês, o custo sobe para R$8500,00. Qual será o custo mensal para produzir 600 pares de sapatos?

10) O valor de uma máquina decresce com o tempo, segundo uma função do 1º grau. Se há dois anos essa máquina valia R$20000,00 e hoje ela vale R$15200,00, quanto a máquina irá valer daqui a cinco anos?

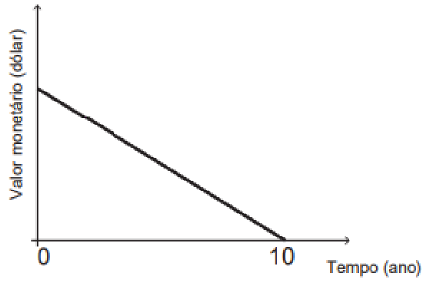
11) (ENEM PPL) Uma indústria automobilística está testando um novo modelo de carro. Cinquenta litros de combustível são colocados no tanque desse carro, que é dirigido em uma pista de testes até que todo o combustível tenha sido consumido. O segmento de reta no gráfico mostra o resultado desse teste, no qual a quantidade de combustível no tanque é indicada no eixo y (vertical), e a distância percorrida pelo automóvel é indicada no eixo x (horizontal).



A expressão algébrica que relaciona a quantidade de combustível no tanque e a distância percorrida pelo automóvel é

a) $y = -10x + 500$
b) $y = -\frac{x}{10} + 50$
c) $y = -\frac{x}{10} + 500$
d) $y = \frac{x}{10} + 50$
e) $y = \frac{x}{10} + 500$

12) (ENEM PPL) Um sistema de depreciação linear, estabelecendo que após 10 anos o valor monetário de um bem será zero, é usado nas declarações de imposto de renda de alguns países. O gráfico ilustra essa situação. Uma pessoa adquiriu dois bens A e B, pagando 1200 e 900 dólares, respectivamente.



Considerando as informações dadas, após 8 anos, qual será a diferença entre os valores monetários, em dólar, desses bens?

a) 30 b) 60 c) 75 d) 240 e) 300

13) (ENEM PPL) Os procedimentos de decolagem e pouso de uma aeronave são os momentos mais críticos de operação, necessitando de concentração total da tripulação e da torre de controle dos aeroportos. Segundo levantamento da Boeing, realizado em 2009, grande parte dos acidentes aéreos com vítimas ocorre após iniciar-se a fase de descida da aeronave. Desta forma, é essencial para os procedimentos adequados de segurança monitorar-se o tempo de descida da aeronave.

A tabela mostra a altitude y de uma aeronave, registrada pela torre de controle, t minutos após o início dos procedimentos de pouso.

tempo *t* (em minutos)	0	5	10	15	20
altitude *y* (em metros)	10 000	8 000	6 000	4 000	2 000

Disponível em: www.meioaereo.com.

Considere que, durante todo o procedimento de pouso, a relação entre y e t é linear.
De acordo com os dados apresentados, a relação entre y e t é dada por

a) $y = -400t$
b) $y = -2\,000t$
c) $y = 8\,000 - 400t$
d) $y = 10\,000 - 400t$
e) $y = 10\,000 - 2\,000t$

Avaliação:

A Companhia de Saneamento do Paraná (Sanepar), é responsável pela prestação de serviços de saneamento básico a 345 cidades paranaenses, distribuindo água potável e fazendo tratamento de esgoto. A Sanepar classifica suas tarifas em categorias: Residencial, Comercial, Industrial, Utilidade Pública e Poder Público. Além disso, a tarifa cobrada é diferenciada para o caso de tratamento de esgoto. A tarifa mais simples é cobrada para consumidores residenciais que recebem somente água tratada da companhia. A chamada taxa mínima é cobrada de quem consome até 5m³ de água e custa R$ 34,58. A partir dessa faixa, o consumo excedente é cobrado de acordo com os valores da tabela abaixo.

Tarifa paga conforme consumo de água

Consumo	6 a 10m³	11 a 15m³	16 a 20m³	21 a 30m³	Mais que 30m³
Valor pago (em R$ por m³ consumido)	1,07/m³	5,96/m³	5,99/m³	6,04/m³	10,22/m³

Disponível em < https://site.sanepar.com.br>. Acesso em: 23 maio 2019.

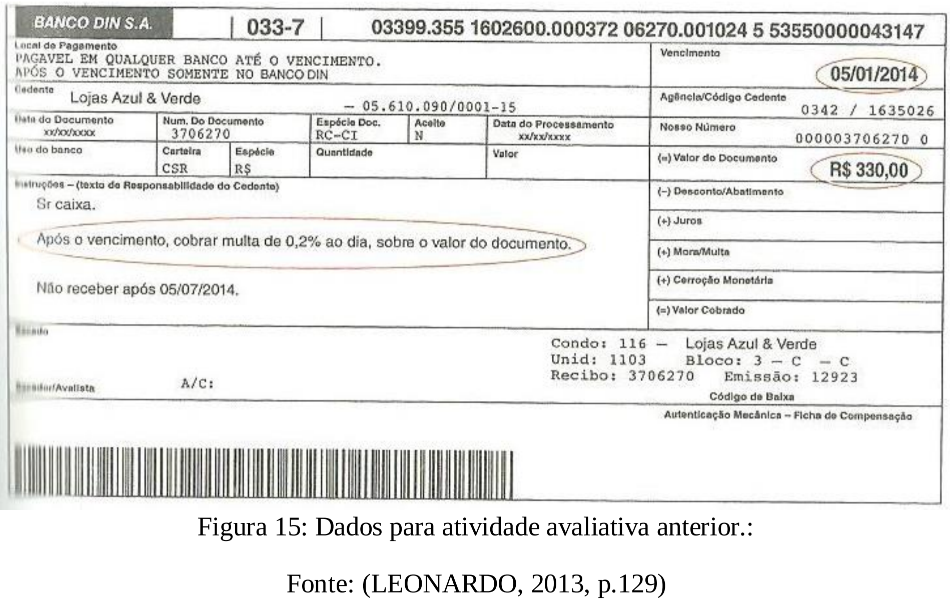
Por exemplo, uma residência que consumiu 17m³ de água irá pagar uma conta de R$81,71, pois $81{,}71 = 34{,}58 + 5 \cdot 1{,}07 + 5 \cdot 5{,}96 + 2 \cdot 5{,}99$.
Construa uma função que determine o valor pago em reais de acordo com o volume de água consumido em m³. Construa o gráfico dessa função.

2.4.2.1 Relatório

RELATÓRIO DO DIA 25/05/2019

Aos vinte e cinco dias do mês de maio do corrente ano, as estagiárias Karla Katrine Pereira Cazarotto, Laura Massuda Crema, Mariana Thais Garcia e Suenir Barreto dos Anjos, da terceira série do curso de Matemática, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, *Campus* de Cascavel, orientadas pelos professores Arleni Elise Sella Langer e Clezio Aparecido Braga, realizaram mais uma prática como docentes no PROMAT, curso ofertado aos estudantes da rede pública de ensino.

No encontro anterior, devido à falta de tempo, os alunos foram instruídos a concluir a atividade avaliativa em suas casas. Neste contexto, as docentes optaram por iniciar este encontro realizando uma discussão acerca desta atividade. Ao questionarem os educandos se haviam conseguido resolvê-la, boa parte deles se manifestou afirmando que conseguiram resolver o exercício e obter a função procurada. Entretanto, alguns discentes verbalizaram suas dificuldades para traçar o gráfico da função. Assim, as estagiárias realizaram a correção da questão e a partir dela abordaram o conceito de função do primeiro grau, exibindo o gráfico com uma projeção feita com o *software* Geogebra e sua forma canônica, bem como realizando comentários a respeito dos coeficientes angular e linear.



BANCO DIN S.A. | 033-7 | 03399.355 1602600.000372 06270.001024 5 53550000043147

Local de Pagamento
PAGAVEL EM QUALQUER BANCO ATÉ O VENCIMENTO.
APÓS O VENCIMENTO SOMENTE NO BANCO DIN

Vencimento: 05/01/2014

Cedente: Lojas Azul & Verde — 05.610.090/0001-15

Agência/Código Cedente: 0342 / 1635026

Data do Documento	Num. Do Documento	Espécie Doc.	Aceite	Data do Processamento
xx/xx/xxxx	3706270	RC-CI	N	xx/xx/xxxx

Nosso Número: 000003706270 0

Uso do banco	Carteira	Espécie	Quantidade	Valor
	CSR	R$		

(=) Valor do Documento: R$ 330,00

Instruções – (texto de Responsabilidade do Cedente)

Sr caixa.

Após o vencimento, cobrar multa de 0,2% ao dia, sobre o valor do documento.

Não receber após 05/07/2014.

(–) Desconto/Abatimento
(+) Juros
(+) Mora/Multa
(+) Correção Monetária
(=) Valor Cobrado

Sacado

Condo: 116 — Lojas Azul & Verde
Unid: 1103 Bloco: 3 — C — C
Recibo: 3706270 Emissão: 12923

Sacador/Avalista A/C:

Código de Baixa

Autenticação Mecânica – Ficha de Compensação

Figura 15: Dados para atividade avaliativa anterior.:

Fonte: (LEONARDO, 2013, p.129)

Ao responderem as questões da avaliação, os alunos obtiveram a função $f(x) = 0{,}66x + 330$. Deste modo, ao trabalharem o conceito de coeficiente angular como sendo a tangente do ângulo formado entre a reta e o eixo x, as docentes pediram aos alunos que realizassem os cálculos para a reta encontrada, a fim de compararem os resultados. O mesmo foi feito para o coeficiente linear, definido como a interseção entre a reta e o eixo y.

Na sequência, por meio da projeção do vídeo “A Parte do Leão”, bem como de algumas lâminas, as docentes falaram a respeito do Imposto de Renda (IR). Após exibirem uma tabela contendo as faixas de renda e as respectivas taxas cobradas, Karla, Laura, Mariana e Suenir motivaram os alunos a obterem as funções que descrevem cada caso. Dado algum tempo, as estagiárias concluíram a atividade no quadro.

Base de Cálculo (R$)	Alíquota (%)
Até 22.847,76	-
De 22.847,77 até 33.919,80	7,5
De 33.919,81 até 45.012,60	15
De 45.012,61 até 55.976,16	22,5
Acima de 55.976,16	27,5

Figura 16: Tabela progressiva anual do IR.

Fonte: Receita Federal do Brasil (adaptado). Disponível em: <http://receita.economia.gov.br/>. Acesso em: 22 maio 2019.

Posteriormente, os estudantes puderam reunir-se em grupos para a resolução da lista de exercícios. Grosso modo, a sequência contava com questões que exigiam do aluno a obtenção da lei de formação das funções, partindo dos pontos e gráficos dados. Enquanto os estudantes resolviam as questões, as docentes revezaram-se entre os grupos com o intuito de sanar suas dúvidas e observar seu desempenho. Verificou-se que alguns discentes tiveram certas dificuldades para calcular o coeficiente linear e coeficiente angular de uma reta, de modo que as docentes retomaram as ideias de inclinação da reta e taxa de variação da função com estes alunos.

Figura 17: Alunos trabalhando.

Fonte: As autoras.

Assim como a tarefa do Imposto de Renda, a atividade avaliativa também envolvia função por partes. Desta vez, porém, os alunos deveriam construir uma função que determinasse o valor pago de acordo com o volume de água consumido. A construção de um esboço do gráfico também foi exigida.

As docentes puderam perceber que os alunos identificaram o comportamento da função com facilidade, mas tiveram uma certa dificuldade em construir a lei de formação da função por partes. Além disso, para construir o esboço do gráfico os discentes retomaram a atividade que envolvia o Imposto de Renda. Durante a discussão da atividade e apresentação do gráfico com o *software* Geogebra, os alunos manifestaram satisfação em construir um gráfico corretamente.

2.4.3 Plano de aula do dia 01/06/2019

PROMAT – 7º ENCONTRO

PLANO DE AULA - 7º ENCONTRO - 01/06/2019

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas.

Objetivo Geral:

Espera-se, ao final dos três encontros deste módulo, que o aluno consiga:

- Identificar conjuntos e intervalos numéricos, aplicando esses conceitos na resolução de problemas;
- Identificar a associação entre números através de uma função e aplicar esse conceito na resolução de problemas;
- Reconhecer a função afim e construir seu gráfico;
- Identificar a função quadrática e construir seu gráfico, destacando seus pontos notáveis.

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com resolução de problemas, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Exemplificar função quadrática;
- Construir gráfico de uma função quadrática;
- Determinar a lei de associação a partir do gráfico da função;
- Identificar pontos notáveis do gráfico (vértice da parábola, interseções com os eixos coordenados);
- Determinar máximo ou mínimo da função quadrática;
- Discutir variação do sinal da função.

Conteúdo:

Função quadrática.

Recursos Didáticos:

Lousa, giz, computador, lâminas e projetor multimídia, lista de exercícios e regras do jogo impressas, cartas do jogo, barbante, fita adesiva, cola, régua, tesoura, caderno, caneta ou lápis.

Encaminhamento metodológico:

1. Retomada oral dos conteúdos abordados anteriormente (função e função afim) (10 min.);
2. Atividade exploratória envolvendo cálculo da área do retângulo (em anexo) (30 min.);
3. Apresentação dos conceitos de função quadrática e raízes da função quadrática. Construção do gráfico da parábola. (20 min.)
4. Resolução de exercícios – conforme lista, em anexo. (40 min.);
5. **Intervalo**
6. Resolução de exercícios e intervenção das docentes (40 min.);
7. Aplicação da atividade avaliativa (Jogo "Família de Funções"), em anexo (60 min.);

Avaliação:

Os alunos serão avaliados através do jogo "Família de Funções" (SMOLE, 2008 apud PAIVA, 2013). Em quartetos, os educandos receberão um conjunto de cartas (modelo em anexo) contendo funções e gráficos, além das regras do jogo (em anexo). A execução da atividade depende da análise da lei de associação de funções, interpretação do gráfico de uma função e identificação de pontos notáveis da função.

Sendo assim, com esta atividade espera-se verificar se os educandos se mostram aptos a:

- Relacionar a lei de associação de uma função com seu gráfico;
- Identificar a interseção de uma reta ou parábola com os eixos coordenados;
- Identificar intervalos onde uma função é crescente ou decrescente.

Referências:

FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU. Disponível em < https://mundoedu.com.br/uploads/pdf/59a4dd06a0be0.pdf>. Acesso em: 26 maio 2019.

FUNÇÃO QUADRÁTICA – ANÁLISE. Disponível em <https://guiadoestudante.abril.com.br/estudo/funcao-quadratica-analise/>. Acesso em: 28 maio 2019.

LEONARDO, Fábio Martins de (Ed.). **Conexões com a matemática**. São Paulo: Moderna, 2013. v. 1.

OTIMIZAÇÃO DA CERCA (EXPERIMENTO). Disponível em: <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1036>. Acesso em: 28 maio 2019.

PAIVA, Manoel. **Matemática**: Paiva. São Paulo: Moderna, 2013. v. 1.

PROVAS E GABARITOS. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 23 maio 2019.

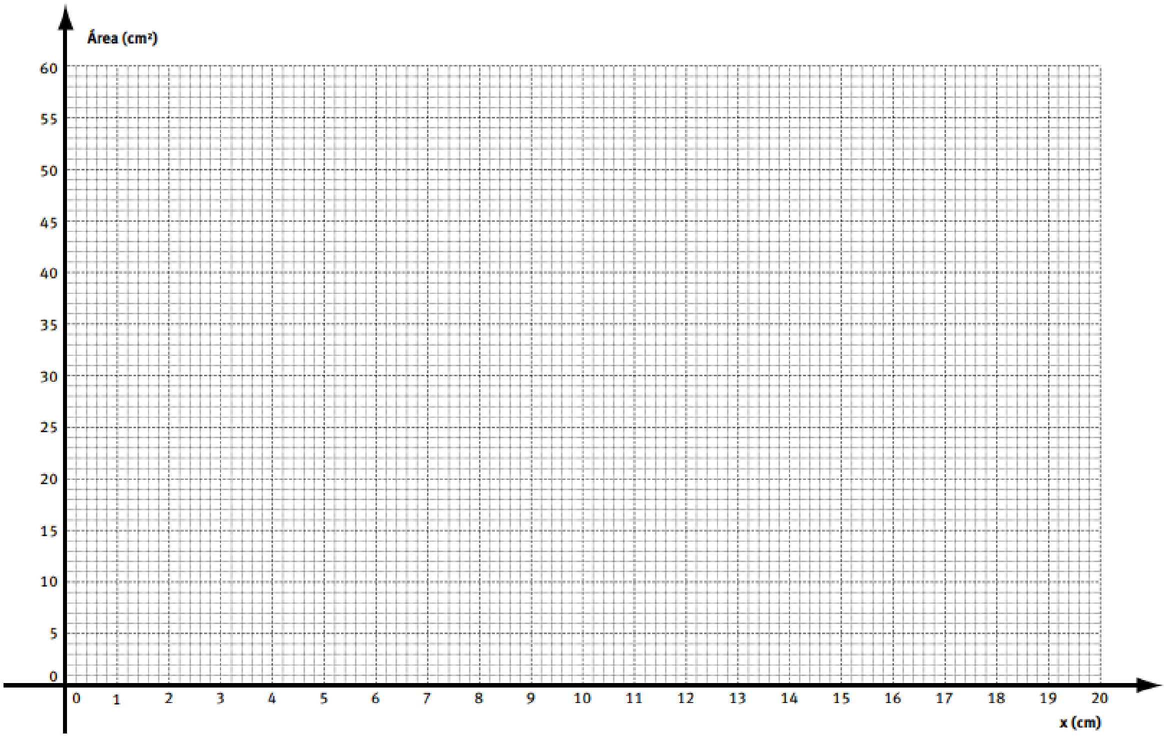
SMOLE, K. S. et al. **Cadernos do Mathema**: Jogos de Matemática de 1º a 3º ano. Porto Alegre: Artmed, 2008. v. 3

ANEXOS:

Atividade exploratória:

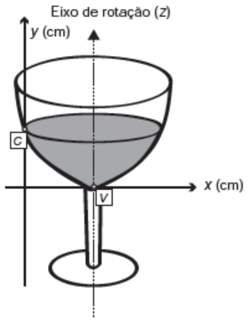
Material: papel A4; fita adesiva, cola; régua; barbante; lápis.

Procedimento: Cortem (no mínimo) quatro pedaços de barbante de 30cm por grupo. Com fita adesiva, unam as pontas dos barbantes formando anéis. Com os anéis, modelem diferentes retângulos. Colem os retângulos no papel A4 e numerem cada um deles. Meçam os lados dos retângulos, calculem as áreas e anotem os dados obtidos na folha. Para isso, nomeiem os lados L e C e a área A, repetindo o processo para cada retângulo. Marquem no plano cartesiano os pontos (L, A) e (C, A).



LISTA DE EXERCÍCIOS
Material do aluno

1) (ENEM) A parte interior de uma taça foi gerada pela rotação de uma parábola em torno de um eixo z, conforme mostra a figura.



A função real que expressa a parábola, no plano cartesiano da figura, é dada pela lei $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + C$, onde C é a medida da altura do líquido contido na taça, em centímetros. Sabe-se que o ponto V, na figura, representa o vértice da parábola, localizado sobre o eixo x.
Nessas condições, a altura do líquido contido na taça, em centímetros, é

a) 1 b) 2 c) 4 d) 5 e) 6

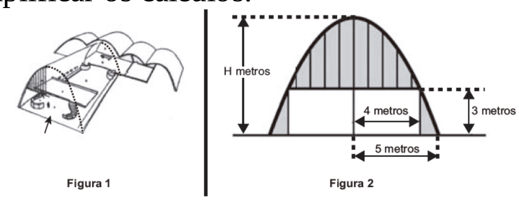
2) (ENEM) Nos processos industriais, como na indústria de cerâmica, é necessário o uso de fornos capazes de produzir elevadas temperaturas e, em muitas situações, o tempo de elevação dessa temperatura deve ser controlado, para garantir a qualidade do produto final e a economia no processo. Em uma indústria de cerâmica, o forno é programado para elevar a temperatura ao longo do tempo de acordo com a função

$$T(t) = \begin{cases} \frac{7}{5}t + 20 \; para \; 0 \leq t < 100 \\ \frac{2}{125}t^2 - \frac{16}{5}t + 320 \; para \; t \geq 100 \end{cases}$$

em que T é o valor da temperatura atingida pelo forno, em graus Celsius, e t é o tempo, em minutos, decorrido desde o instante em que o forno é ligado.
Uma peça deve ser colocada nesse forno quando a temperatura for 48°C e retirada quando a temperatura for 200°C.
O tempo de permanência dessa peça no forno é, em minutos, igual a

a) 100 b) 108 c) 128 d) 130 e) 150

3) (ENEM) A Igreja de São Francisco de Assis, obra arquitetônica modernista de Oscar Niemeyer, localizada na Lagoa da Pampulha, em Belo Horizonte, possui abóbadas parabólicas. A seta na Figura 1 ilustra uma das abóbadas na entrada principal da capela. A Figura 2 fornece uma vista frontal desta abóbada, com medidas hipotéticas para simplificar os cálculos.



Qual a medida da altura H, em metro, indicada na Figura 2?

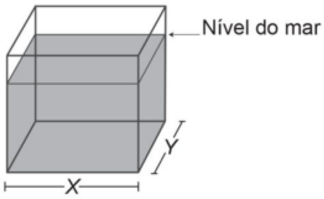
a) $\frac{16}{3}$ b) $\frac{31}{5}$ c) $\frac{25}{4}$ d) $\frac{25}{3}$ e) $\frac{75}{2}$

4) (ENEM PPL) Um meio de transporte coletivo que vem ganhando espaço no Brasil é a van, pois realiza, com relativo conforto e preço acessível, quase todos os tipos de transportes: escolar e urbano, intermunicipal e excursões em geral.
O dono de uma van, cuja capacidade máxima é de 15 passageiros, cobra para uma excursão até a capital de seu estado R$ 60,00 de cada passageiro. Se não atingir a capacidade máxima da van, cada passageiro pagará mais R$ 2,00 por lugar vago.
Sendo x o número de lugares vagos, a expressão que representa o valor arrecadado V(x), em reais, pelo dono da van, para uma viagem até a capital é
a) $V(x) = 902x$
b) $V(x) = 930x$
c) $V(x) = 900 + 30x$
d) $V(x) = 60x + 2x^2$
e) $V(x) = 900 - 30x - 2x^2$

5) (UFSM) Durante um passeio noturno de barco, diversão preferida de um grupo de jovens, surgiu uma situação de perigo, em que houve necessidade de disparar um sinalizador para avisar o restante do grupo que ficara no acampamento. A função que descreve o movimento do sinal luminoso é dada por $h(t) = 30t - 3t^2$ onde h é a altura do sinal em metros e t, o tempo decorrido em segundos, desde o disparo até o momento em que o sinalizador cai na água. Assim, a altura máxima atingida pelo sinalizador e o tempo decorrido até cair na água são, respectivamente

a) 75m e 10s b) 75m e 5s c) 74m e 10s d) 74m e 5s e) 70m e 5s

6) (ENEM) Viveiros de lagostas são construídos por cooperativas locais de pescadores em formato de prismas reto-retangulares, fixados ao solo e com telas flexíveis de mesma altura, capazes de suportar a corrosão marinha. Para cada viveiro a ser construído, a cooperativa utiliza integralmente 100 metros lineares dessa tela, que é usada apenas nas laterais.



Quais devem ser os valores de X e de Y, em metro, para que a área da base do viveiro seja máxima?
a) 1 e 49
b) 1 e 99
c) 10 e 10
d) 25 e 25
e) 50 e 50

7) (ENEM) Um posto de combustível vende 10.000 litros de álcool por dia a R$ 1,50 cada litro. Seu proprietário percebeu que, para cada centavo de desconto que concedia por litro, eram vendidos 100 litros a mais por dia. Por exemplo, no dia em que o preço do álcool foi R$ 1,48, foram vendidos 10.200 litros. Considerando x o valor, em centavos, do desconto dado no preço de cada litro, e V o valor, em R$, arrecadado por dia com a venda do álcool, então a expressão que relaciona V e x é:

a) $V = 10.000 + 50x - x^2$
b) $V = 10.000 + 50x + x^2$
c) $V = 15.000 - 50x - x^2$
d) $V = 15.000 + 50x - x^2$
e) $V = 15.000 - 50x + x^2$

8) (ACAFE) O vazamento ocorrido em função de uma rachadura na estrutura da barragem de Campos Novos precisa ser estancado. Para consertá-la, os técnicos verificaram que o lago da barragem precisa ser esvaziado e estimaram que, quando da constatação da rachadura, a capacidade C de água no lago, em milhões de metros cúbicos, poderia ser calculada por $C(t) = -2t^2 - 12t + 110$ onde t é o tempo em horas.
Com base no texto, analise as afirmações:
I. A quantidade de água restante no lago, 4 horas depois de iniciado o vazamento, é de 30 milhões de metros cúbicos.
II. A capacidade desse lago, sabendo que estava completamente cheio no momento em que começou o vazamento, é de 110 milhões de metros cúbicos.
III. Os técnicos só poderão iniciar o conserto da rachadura quando o lago estiver vazio, isto é, 5 horas depois do início do vazamento.
IV. Depois de 3 horas de vazamento, o lago está com 50% de sua capacidade inicial.

Todas as afirmações corretas estão em:
a) I - II – III
b) I - III – IV
c) III – IV
d) I - II - III – IV

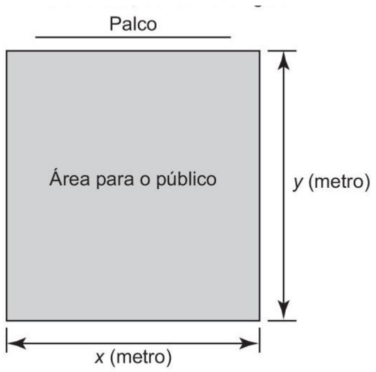
9) (ENEM) Um estudante está pesquisando o desenvolvimento de certo tipo de bactéria. Para essa pesquisa, ele utiliza uma estufa para armazenar as bactérias. A temperatura no interior dessa estufa, em graus Celsius, é dada pela expressão $T(h) = -h^2 + 22h - 85$, em que h representa as horas do dia. Sabe-se que o número de bactérias é o maior possível quando a estufa atinge sua temperatura máxima e, nesse momento, ele deve retirá-las da estufa. A tabela associa intervalos de temperatura, em graus Celsius, com as classificações: muito baixa, baixa, média, alta e muito alta.

Intervalos de temperatura (°C)	Classificação
$T < 0$	Muito baixa
$0 \leq T \leq 17$	Baixa
$17 < T < 30$	Média
$30 \leq T \leq 43$	Alta
$T > 43$	Muito alta

Quando o estudante obtém o maior número possível de bactérias, a temperatura no interior da estufa está classificada como

a) muito baixa.
b) baixa.
c) média.
d) alta.
e) muito alta.

10) Dispondo de um grande terreno, uma empresa de entretenimento pretende construir um espaço retangular para shows e eventos, conforme a figura.



A área para o público será cercada com dois tipos de materiais:

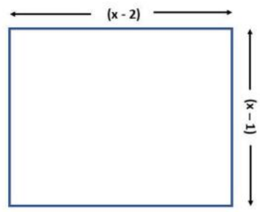
- nos lados paralelos ao palco será usada uma tela do tipo A, mais resistente, cujo valor do metro linear é R$ 20,00;
- nos outros dois lados será usada uma tela do tipo B, comum, cujo metro linear custa R$ 5,00.

A empresa dispõe de R$ 5 000,00 para comprar todas as telas, mas quer fazer de tal maneira que obtenha a maior área possível para o público.
A quantidade de cada tipo de tela que a empresa deve comprar é

a) 50,0 m da tela tipo A e 800,0 m da tela tipo B.
b) 62,5 m da tela tipo A e 250,0 m da tela tipo B.
c) 100,0 m da tela tipo A e 600,0 m da tela tipo B.
d) 125,0 m da tela tipo A e 500,0 m da tela tipo B.
e) 200,0 m da tela tipo A e 200,0 m da tela tipo B.

11) Determine os valores de x que tornam a equação $4x^2 - 16 = 0$ verdadeira.

12) Encontre o valor do x para que a área do retângulo abaixo seja igual a 2.



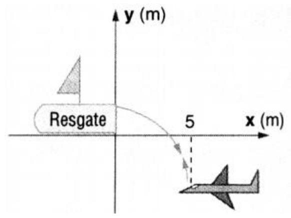
13) (FUVEST) Uma caixa d`água tem a forma de paralelepípedo reto-retângulo, cujas medidas internas são, em m, "x", "20 – x" e "2". O maior volume, em m³, que ela poderá conter é igual a:

a) 150 b) 200 c) 220 d) 250

14) (UFF) Determine o domínio da função real de variável real f, definida por:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{\sqrt[4]{x - 1}}$$

15) (UNIFAP) Um mergulhador queria resgatar a caixa-preta de um avião que caiu em um rio amazônico. Como havia um pouco de correnteza, a trajetória descrita pelo mergulhador foi como a representada na figura abaixo.



Sabendo que a distância horizontal do bote de resgate ao local onde estava a caixa é de $5m$ e que a trajetória do mergulhador é descrita pela função $f(x) = -x^2 + \frac{x}{2} + 3$, a profundidade que o mergulhador terá que alcançar será de:

a) 23,4m
b) 19,5 m
c) 55,7m
d) 105,1m
e) 33,2m

Avaliação:

Família de Funções

O objetivo do jogo é formar famílias de quatro cartas. Cada família é formada pela expressão algébrica da função, pelo esboço de seu gráfico e por duas cartas que contém propriedades das funções.

Regras do Jogo:

- As cartas devem ser embaralhadas e o baralho deve ser posto sobre a mesa, virado para baixo.
- Um dos jogadores retira uma carta do baralho e a coloca sobre a mesa, com a face virada para cima. O próximo jogador repete o processo.
- Se a carta retirada pertence à família de uma das cartas já viradas, junta-se a carta com as demais da mesma família. Caso contrário, deixa-se a carta sobre a mesa.
- Se um dos jogadores colocar uma carta na família errada, ele perde a vez de jogar.
- A carta-coringa FUNÇÃO pode ser utilizada em qualquer momento para formar uma família.
- O jogo termina quando não for possível formar mais famílias e vence quem fizer mais pontos.

Pontuação:

- A cada carta adicionada corretamente à uma família, ganha-se 1 ponto.
- O jogador que completar uma família ganha 5 pontos.

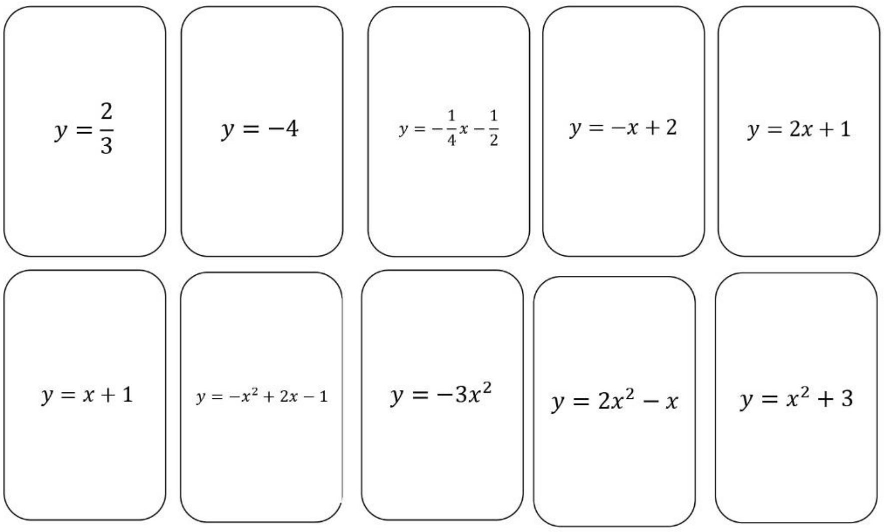


Figura 18: Cartas do jogo.

Fonte: (SMOLE, 2008, pg. 96).

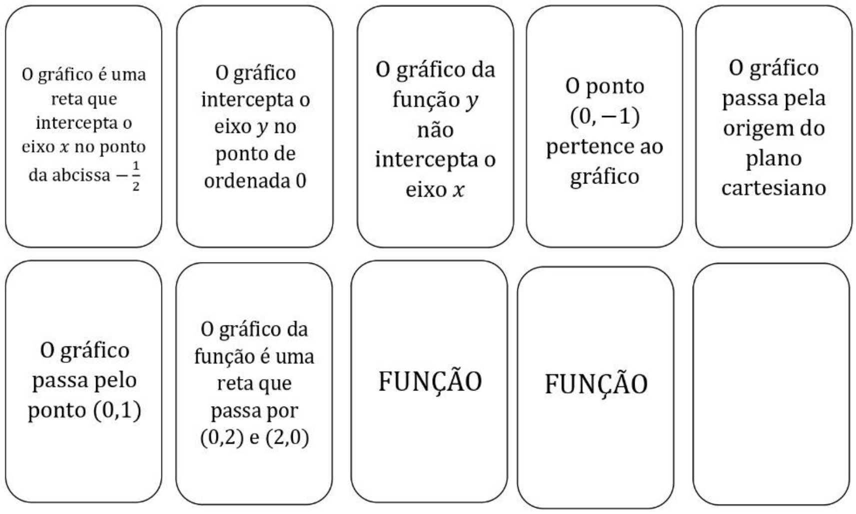


Figura 19: Cartas do jogo.

Fonte: (SMOLE, 2008, p. 97).

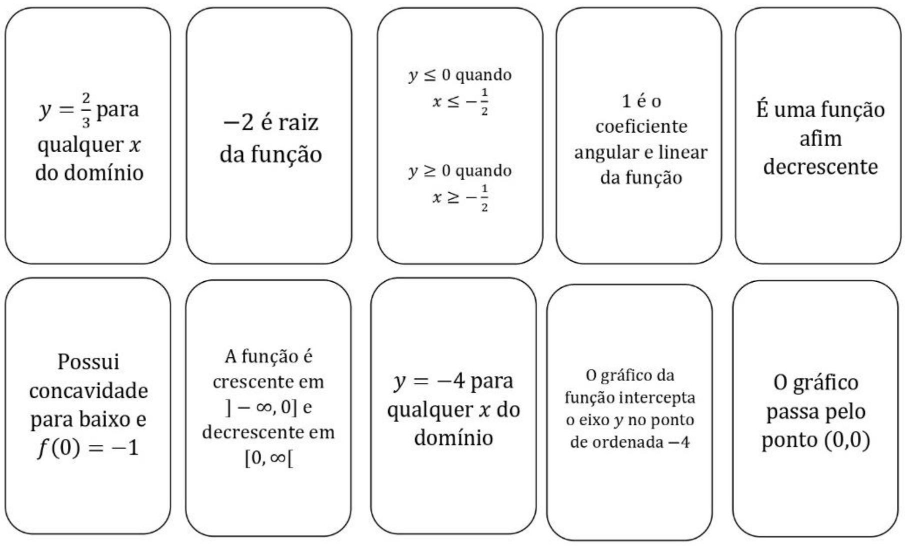


Figura 20: Cartas do jogo.

Fonte: (SMOLE, 2008, p. 97).

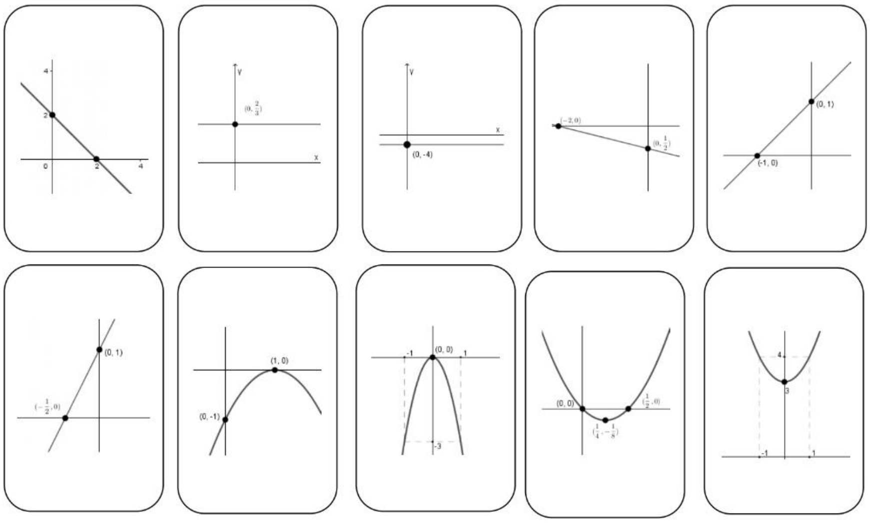


Figura 21: Cartas do jogo.

Fonte: (SMOLE, 2008, p. 98).

2.4.3.1 Relatório

RELATÓRIO DO DIA 01/06/2019

Ao primeiro dia do mês de junho do corrente ano, as estagiárias Karla Katrine Pereira Cazarotto, Laura Massuda Crema, Mariana Thais Garcia e Suenir Barreto dos Anjos, da terceira série do curso de Matemática, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, *Campus* de Cascavel, orientadas pelos professores Arleni Elise Sella Langer e Clezio Aparecido Braga, realizaram sua sétima prática como docentes no PROMAT, curso ofertado aos estudantes da rede pública de ensino.

Após realizarem uma breve retomada acerca dos principais conceitos de função afim, as estagiárias pediram que os alunos formassem quartetos. Embora alguns grupos tenham apresentado formações distintas, a atividade pôde ser realizada normalmente.

Em posse de pedaços de barbante medindo 30 cm, cola, fita crepe, régua, folha sulfite e uma malha quadriculada, os estudantes foram orientados a formarem diferentes retângulos, assim como tomarem as medidas de seus lados e área. Desta forma, na malha quadriculada, marcaram pontos de coordenadas (L,A) e (C,A), sendo L, C e A as medidas da largura, comprimento e área, respectivamente.

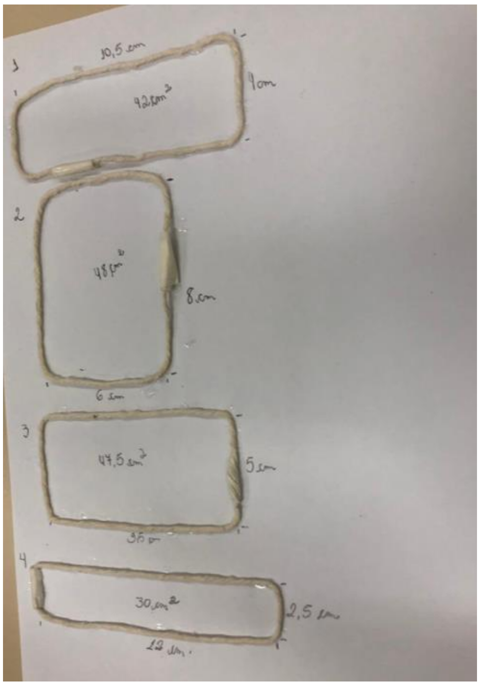


Figura 22: Produção dos alunos.

Fonte: As autoras.

Devido à manipulação dos barbantes, a atividade ocupou alguns minutos além do planejado. Todavia, assim que os grupos finalizaram a tarefa, as docentes abriram espaço para a discussão. Neste momento, ao solicitarem que os alunos contribuíssem com as medidas que haviam aferido, as estagiárias perceberam problemas com o tamanho do barbante, pois nem todos os retângulos apresentavam um perímetro de 30 cm. Diante do acontecido, pediram que os alunos arredondassem os dados e, assim, a situação foi contornada.

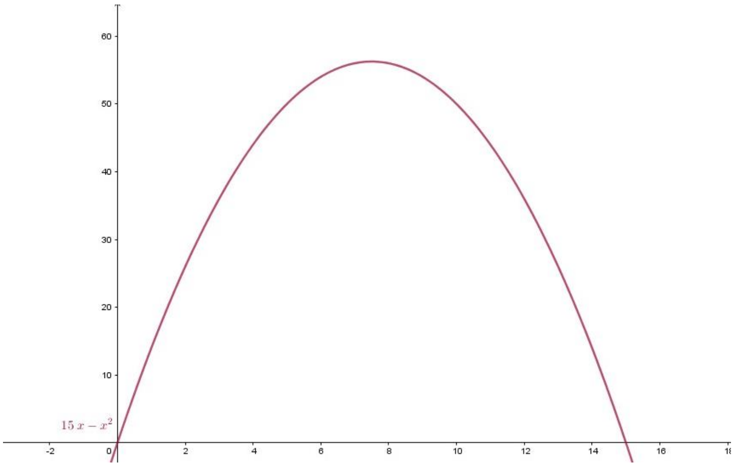


Figura 23: Gráfico da atividade.

Fonte: As autoras.

Além de esboçarem um gráfico no quadro, utilizando as medidas obtidas pelos educandos, Karla, Laura, Mariana e Suenir apresentaram o gráfico construído no *software* Geogebra. Logo depois, deduziram, com os alunos, a expressão algébrica da função, definiram função quadrática e trataram de conceitos como raízes e concavidade. Ao analisar com os alunos o gráfico projetado, as docentes ressaltaram que embora função pudesse assumir valores negativos, o problema real apresentado (cálculo de área) não assumiria valores negativos, pois o domínio era restrito conforme o tamanho do barbante. Além disso, verificou-se que o ponto máximo da função representava a maior área possível, obtida ao construir-se um quadrado com lado 7,5cm.

Em seguida, os alunos receberam a lista de exercícios e, como habitualmente, as docentes transitaram entre os grupos. Desta vez, perceberam certa dificuldade por parte dos educandos na resolução das questões. Por este motivo, além das contribuições individuais, a intervenção no quadro tornou-se necessária para relembrar a forma canônica de uma função quadrática, a Fórmula Resolutiva da Equação de Segundo Grau e a relação entre as raízes da função e o número Δ.

Figura 24: Alunos trabalhando.

Fonte: As autoras.

Para finalizar o encontro, as estagiárias utilizaram o jogo “Família das Funções” como atividade avaliativa. Nele, os alunos deveriam formar grupos de quatro cartas, quartetos, de modo que cada grupo deveria ser constituído pela expressão algébrica da função, pelo esboço de seu gráfico e por duas cartas que continham propriedades das funções.

Circulando pela sala, as estagiárias procuram dar o suporte necessário para a realização do jogo. De forma geral, os estudantes pareceram bastante envolvidos com a atividade. Porém, em grupos foi possível notar que alguns conceitos envolvidos, como a origem do plano cartesiano, não estavam totalmente claros. Neste sentido, as estagiárias consideraram o jogo um importante aliado na identificação de dificuldades em relação ao conteúdo, assim como na fixação dos conceitos, uma vez que durante as partidas, movidos pela ânsia de vencer a disputa, os educandos se mostraram ainda mais abertos às explicações.

2.5 Módulo 3 – Geometria

2.5.1 Plano de aula do dia 08/06/2019

PROMAT – 8º ENCONTRO

PLANO DE AULA - 8º ENCONTRO - 08/06/2019

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas.

Objetivos Gerais:

Espera-se, ao final dos três encontros deste módulo, que o aluno consiga:

- Identificar e classificar polígonos;
- Calcular a área e perímetro de polígonos, aplicando esses conceitos na resolução de problemas;
- Determinar ângulos e propriedades dos ângulos em triângulos;
- Identificar triângulos semelhantes e obter as relações métricas em triângulos;
- Aplicar o Teorema de Tales e o Teorema de Pitágoras na resolução de problemas;
- Identificar diferentes tipos de sólidos;
- Calcular volume de paralelepípedos e cilindros.

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com resolução de problemas, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Identificar um polígono e reconhecer seus elementos: vértices, arestas, diagonais;
- Identificar polígonos convexos e não convexos;
- Identificar polígonos regulares;
- Classificar os polígonos quanto ao número de lados;
- Calcular área de polígonos;
- Calcular o perímetro de polígonos;
- Resolver problemas que envolvam os conceitos de área e perímetro.

Conteúdo:

Polígonos; diagonais, área e perímetro de polígonos.

Recursos Didáticos:

Lousa, giz, lista de exercícios e atividade avaliativa impressa, caderno, caneta ou lápis, malha pontilhada para representar o Geoplano, Tangram, barbante e tesoura.

Encaminhamento metodológico:

1. Retomada dos conteúdos abordados anteriormente (10 min.);
2. Utilização da malha pontilhada substituindo o Geoplano: em grupos, os alunos deverão traçar figuras, de modo que, a partir destas, os conceitos de polígono, área e perímetro sejam abordados (30 min.);

3. Dedução das fórmulas para o cálculo da área de polígonos como triângulo, trapézio e retângulo: ao receberem peças do Tangram, os estudantes serão motivados a construírem polígonos, a fim de encontrar uma expressão algébrica para representação de sua área (40 min.);
4. Apresentação da fórmula do número de diagonais em função do número de lados no quadro (10 min)
5. Aplicação da lista de exercícios, em anexo. (10 min.);
6. **Intervalo**
7. Resolução de exercícios e intervenção das docentes (60 min.);
8. Aplicação da atividade avaliativa, em anexo (40 min.);

Avaliação:

A atividade avaliativa envolve o cálculo aproximado da área de uma figura não poligonal inserida em uma malha quadriculada. Os discentes podem calcular a área da figura através da contagem aproximada de quadradinhos que compõe a figura ou inscrevendo a figura em um polígono cuja área pode ser calculada por decomposição. Acredita-se, porém, que intuitivamente eles utilizarão o barbante disponibilizado para medirem o perímetro da figura dada e, formando um polígono, calcularem sua área. Dessa forma, percebendo que por meio de polígonos distintos, as áreas serão distintas também.

Sendo assim, espera-se verificar se os educandos se mostram aptos a:

- Calcular área;
- Perceber que não há relação entre área e perímetro.

Referências:

ANTUNES, Francieli Agostinetto et al. **Propostas Didáticas de Matemática:** PIBID 2014. Porto Alegre: Evangraf, 2016.

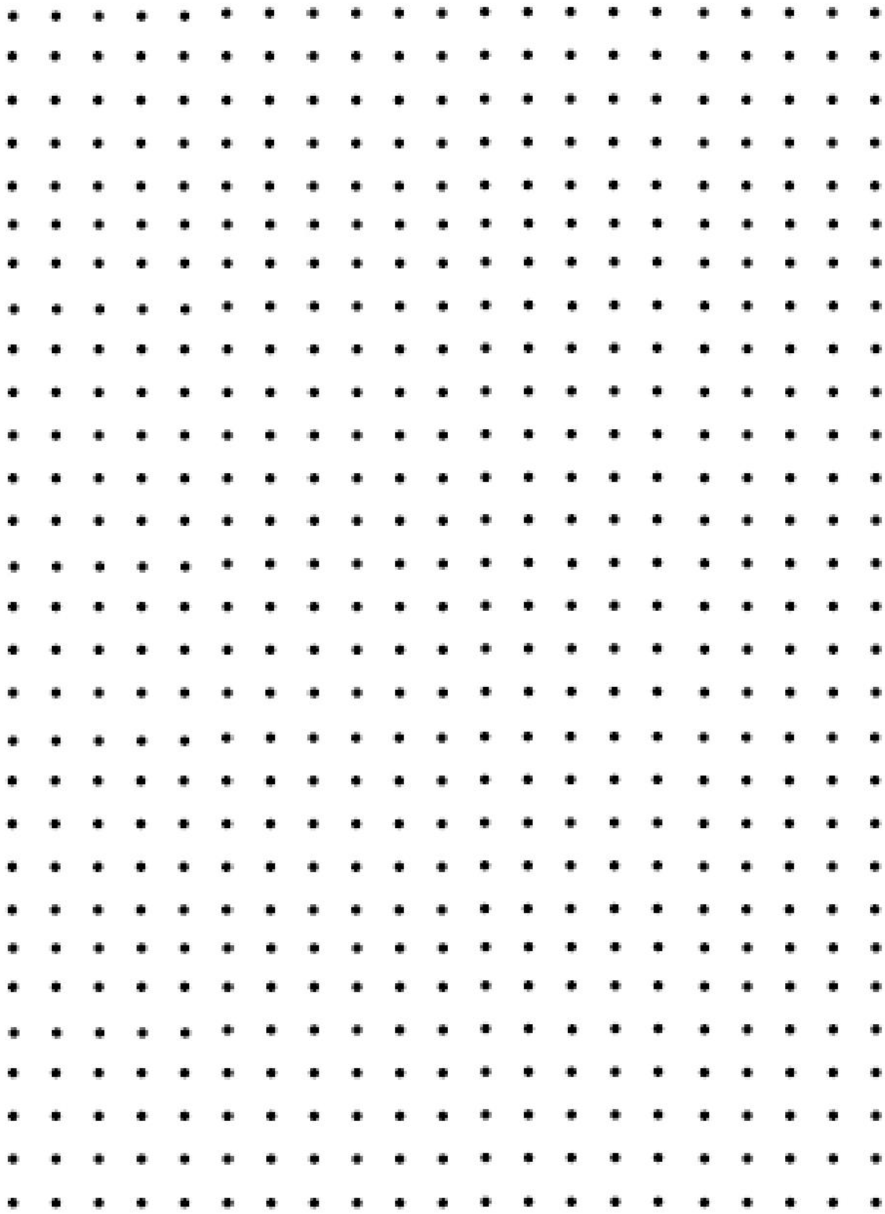
DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris:** Matemática. São Paulo: Ática, 2012.

EXERCÍCIOS SOBRE NÚMERO DE DIAGONAIS DE UM POLÍGONO CONVEXO. Disponível em: <https://exercicios.brasilescola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-numero-diagonais-um-poligono-convexo.htm>. Acesso em: 06 jun. 2019

PROVAS E GABARITOS. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 09 maio 2019.

ANEXOS:

Malha pontilhada:



LISTA DE EXERCÍCIOS

Material do aluno

1) (ENEM) O *Tangram* é um jogo oriental antigo, uma espécie de quebra-cabeça, constituído de sete peças: 5 triângulos retângulos e isósceles, 1 paralelogramo, e 1 quadrado. Essas peças são obtidas recortando-se um quadrado de acordo com o esquema da figura 1. Utilizando-se todas as sete peças, é possível representar uma grande diversidade de formas, como as exemplificadas nas figuras 2 e 3.

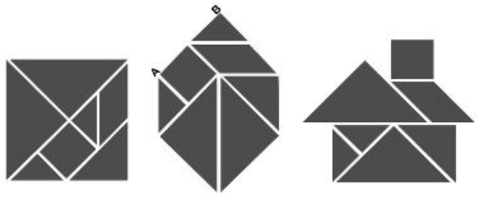
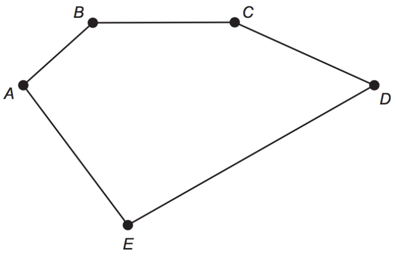


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Se o lado AB do hexágono mostrado na figura 2 mede 2 cm, então a área da figura 3, que representa uma "casinha", é igual a

a) 4 cm² b) 8 cm² c) 12 cm²
d) 14 cm² e) 16 cm²

2) (ENEM PPL) Uma pessoa possui um terreno em forma de um pentágono, como ilustrado na figura.



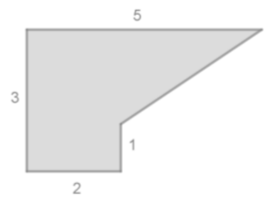
Sabe-se que a diagonal AD mede 50 m e é paralela ao lado BC, que mede 29 m. A distância do ponto B a AD é de 8 m e a distância do ponto E a AD é de 20 m.
A área, em metro quadrado, deste terreno é igual a

a) 658 b) 700 c) 816
d) 1132 e) 1632

3) (ENEM) O governo cedeu terrenos para que famílias construíssem suas residências com a condição de que no mínimo 94% da área do terreno fosse mantida como área de preservação ambiental. Ao receber o terreno retangular ABCD, em que $AB = \frac{BC}{2}$, Antônio demarcou uma área quadrada no vértice A, para a construção de sua residência, de acordo com o desenho, no qual $AE = \frac{AB}{5}$ é lado do quadrado.

Nesse caso, a área definida por Antônio atingiria exatamente o limite determinado pela condição se ele:
a) duplicasse a medida do lado do quadrado
b) triplicasse a medida do lado do quadrado
c) triplicasse a área do quadrado
d) ampliasse a medida do lado do quadrado em 4%
e) ampliasse a área do quadrado em 4%

4) O desenho abaixo representa um terreno cujas dimensões (em centímetros) estão na escala 1:800. Calcule a área desse terreno em metros quadrados.



5) Uma caixa de creme dental com a forma de um bloco retangular tem as seguintes dimensões: 3 cm, 4 cm e 18 cm. Determine a área da caixa planificada.

6) Uma placa de propaganda tem a forma de um trapézio. Sua área é de 11,16 m². As medidas das suas bases são 4 m e 3,20 m. Qual é a medida de sua altura?

7) Sendo o número de diagonais de um octógono o quíntuplo do número de lados de um polígono, conclui-se que esse polígono é um:
a) triângulo
b) quadrilátero
c) pentágono
d) hexágono
e) heptágono

8) Em um polígono o número de diagonais é igual ao quádruplo do número de lados. Quantos lados e diagonais possui o polígono?

9) (ENEM) Na construção civil, é muito comum a utilização de ladrilhos ou azulejos com a forma de polígonos para o revestimento de pisos ou paredes. Entretanto, não são todas as combinações de polígonos que se prestam a pavimentar uma superfície plana, sem que haja falhas ou superposições de ladrilhos, como ilustram as figuras:

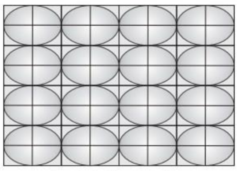


Figura 1: Ladrilhos retangulares pavimentando o plano

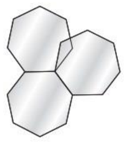


Figura 2: Heptágonos regulares não pavimentam o plano (há falhas ou superposição)

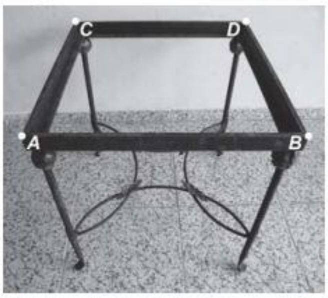
A tabela traz uma relação de alguns polígonos regulares, com as respectivas medidas de seus ângulos internos.

Nome	Triângulo	Quadrado	Pentágono
Figura			
Ângulo interno	60°	90°	108°

Nome	Hexágono	Octágono	Eneágono
Figura			
Ângulo interno	120°	135°	140°

Se um arquiteto deseja utilizar uma combinação de dois tipos diferentes de ladrilhos entre os polígonos da tabela, sendo um deles octogonal, o outro tipo escolhido deverá ter a forma de um:
a) triângulo
b) quadrado
c) pentágono
d) hexágono
e) eneágono

10) (ENEM PPL) O proprietário de um restaurante deseja comprar um tampo de vidro retangular para a base de uma mesa, como ilustra a figura.



Sabe-se que a base da mesa, considerando a borda externa, tem a forma de um retângulo, cujos lados medem AC = 105 cm e AB = 120 cm.
Na loja onde será feita a compra do tampo, existem cinco tipos de opções de tampos, de diferentes dimensões, e todos com a mesma espessura, sendo:
Tipo 1: 110 cm x 125 cm
Tipo 2: 115 cm x 125 cm
Tipo 3: 115 cm x 130 cm
Tipo 4: 120 cm x 130 cm
Tipo 5: 120 cm x 135 cm

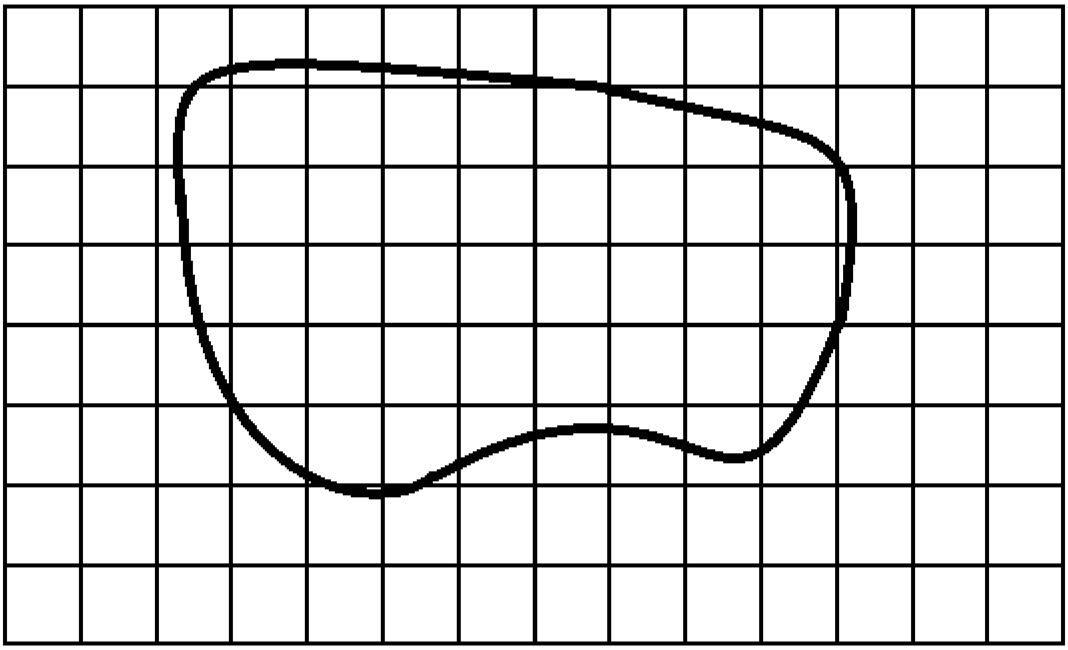
O proprietário avalia, para comodidade dos usuários, que se deve escolher o tampo de menor área possível que satisfaça a condição: ao colocar o tampo sobre a base, de cada lado da borda externa da base da mesa, deve sobrar uma região, correspondendo a uma moldura em vidro, limitada por um mínimo de 4 cm e máximo de 8 cm fora da base da mesa, de cada lado.
Segundo as condições anteriores, qual é o tipo de tampo de vidro que o proprietário avaliou que deve ser escolhido?
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

11) Diariamente, uma residência consome 20 160 Wh. Essa residência possui 100 células solares retangulares (dispositivos capazes de converter a luz solar em energia elétrica) de dimensões 6 cm u 8 cm. Cada uma das tais células produz, ao longo do dia, 24 Wh por centímetro de diagonal. O proprietário dessa residência quer produzir, por dia, exatamente a mesma quantidade de energia que sua casa consome.
a) Retirar 16 células.
b) Retirar 40 células.
c) Acrescentar 5 células.
d) Acrescentar 20 células.
e) Acrescentar 40 células.

12) (UFSCAR) Um polígono convexo com exatamente 35 diagonais tem:
a) 6 lados
b) 9 lados
c) 10 lados
d) 12 lados
e) 20 lados

Avaliação:

Sabendo que cada quadradinho da malha quadriculada possui tamanho de 1 cm x 1 cm, descubra qual é a área da figura representada.



Sobre a relação entre área e perímetro, a que conclusões podemos chegar?

2.5.1.1 Relatório

RELATÓRIO DO DIA 08/06/2019

Aos oito dias do mês de junho do corrente ano, as estagiárias Karla Katrine Pereira Cazarotto, Laura Massuda Crema, Mariana Thais Garcia e Suenir Barreto dos Anjos, da terceira série do curso de Matemática, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, *Campus* Cascavel, orientadas pelos professores Arleni Elise Sella Langer e Clezio Aparecido Braga, realizaram sua oitava prática como docentes no PROMAT, curso ofertado aos estudantes da rede pública de ensino.

Em razão da dificuldade, por parte dos alunos, em resolver os exercícios da lista entregue no encontro anterior, as docentes optaram por dar início à aula solucionando dois deles, de modo a recobrar os conceitos, bem como esclarecer as dúvidas que ficaram. Sendo assim, realizaram a correção das questões 14 e 15, conforme segue. Embora fossem questionados e encorajados a participar da correção, não houve nenhum pronunciamento por parte dos alunos.

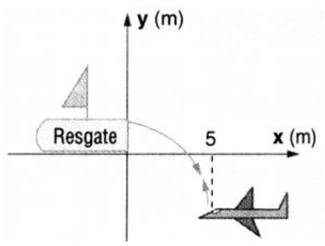
(UFF) Determine o domínio da função real de variável real f, definida por:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{\sqrt[4]{x - 1}}$$

Quadro 7: Exercício 14.

Fonte: As autoras.

(UNIFAP) Um mergulhador queria resgatar a caixa-preta de um avião que caiu em um rio amazônico. Como havia um pouco de correnteza, a trajetória descrita pelo mergulhador foi como a representada na figura abaixo.



Sabendo que a distância horizontal do bote de resgate ao local onde estava a caixa é de $5m$ e que a trajetória do mergulhador é descrita pela função $f(x) = -x^2 + \frac{x}{2} + 3$, a profundidade que o mergulhador terá que alcançar será de:

a) 23,4m b) 19,5 m c) 55,7m d) 105,1m e) 33,2m

Quadro 8: Exercício 15.

Fonte: As autoras.

Na sequência, os alunos formaram alguns grupos e, desta forma, as estagiárias entregaram-lhes malhas pontilhadas que representavam um Geoplano. Foi entregue apenas uma malha por grupo, mas para os grupos com maior número de participantes, se entregou mais de uma malha.

Como tarefa, os alunos deveriam traçar ao longo dos pontilhados figuras fechadas, ou seja, figuras cujos pontos iniciais e finais coincidissem. A princípio, muitos se limitaram aos polígonos comumente conhecidos, como os quadrados, triângulos e retângulos. No entanto, a medida em que as docentes circularam pela sala, procuraram motivá-los a construir outras figuras, uma vez que não havia regras quanto ao tipo de linha, por exemplo. Deste modo, surgiram gatos, peixes, corações, etc.

Assim que todos concluíram, Karla, Laura, Mariana e Suenir convidaram um representante de cada grupo para expor uma de suas figuras no quadro. Neste momento, um dos grupos optou por não expor suas contribuições, apesar do encorajamento das docentes. Em seguida, com base nas produções dos alunos, definiram o conceito de polígonos (convexos e não convexos). Primeiramente, procuram questionar as similaridades entre as figuras. Depois, eliminando aquelas que possuíam linhas curvas, utilizaram as demais para apresentar o conteúdo desejado. Ademais, foram realizados comentários acerca da nomenclatura dos polígonos, área e perímetro.

Figura 25: Alunos no quadro, apresentando os resultados obtidos em grupo.

Fonte: As autoras.

Neste encontro, os alunos também puderam acompanhar a dedução da fórmula para o cálculo do número de diagonais. Utilizando barbante e polígonos confeccionados com palitos de churrasco, as docentes realizaram, com os estudantes, uma análise para o caso de polígonos com três, quatro, cinco e seis vértices. Assim, no quadro, com os dados organizados em uma tabela, e, destacando as regularidades, chegaram à expressão $D = \frac{n(n-3)}{2}$.

Mais tarde, após entregarem, a cada grupo, um Tangram (quebra-cabeças chinês de 7 peças), as estagiárias partiram para a dedução das fórmulas para o cálculo da área de alguns polígonos. Partindo da área do quadrado (tomaram $A = bh$), procuram motivar os educandos a decomporem os polígonos com o auxílio das peças que haviam recebido e, deste modo, puderam chegar às expressões referentes ao triângulo, losango, retângulo, paralelogramo e trapézio. Contudo, vale ressaltar que o trabalho foi realizado de modo que, dado um polígono, os grupos tinham certo tempo para manipularem o Tangram e discutirem os resultados. Só então, quando notado pelas estagiárias que a tarefa tinha sido concluída, é que se partia para uma nova figura. Outro ponto a ser destacado foi o fato de que muitos já conheciam as fórmulas e apresentaram grande facilidade em decompor os polígonos, porém não conseguiram representar suas conjecturas algebricamente.

Posteriormente, os estudantes partiram para a resolução da lista de exercícios. As estagiárias, por sua vez, passaram a revezar-se entre os grupos, dando-lhes o apoio necessário. A sequência iniciava-se com um exercício envolvendo o Tangram, de modo que os alunos aproveitaram as peças do quebra-cabeças para desenvolverem uma resolução. De modo geral, os exercícios propostos exigiam que o aluno fosse capaz de calcular áreas e perímetros, fazer a decomposição de polígonos e relacionar o número de diagonais do polígono com a quantidade de lados deste. Enquanto as docentes circulavam entre os grupos com o intuito de sanar suas dúvidas e observar o desempenho dos alunos, precisaram intervir em alguns grupos para relembrar o conceito de escala, abordado em um dos exercícios.

Figura 26: Resolução da lista de exercícios.

Fonte: As autoras.

Por fim, na atividade avaliativa, os alunos foram orientados a calcular a área de uma determinada região, além de verificarem a existência de uma relação entre área e perímetro. Durante a resolução, verificou-se que, conforme esperado pelas docentes, os alunos realizaram o cálculo de área de diversas maneiras: contando os quadrados contidos na figura, inscrevendo a figura em um retângulo e medindo seu perímetro com barbante a fim de construir uma figura retangular de mesmo perímetro e calcular sua área.

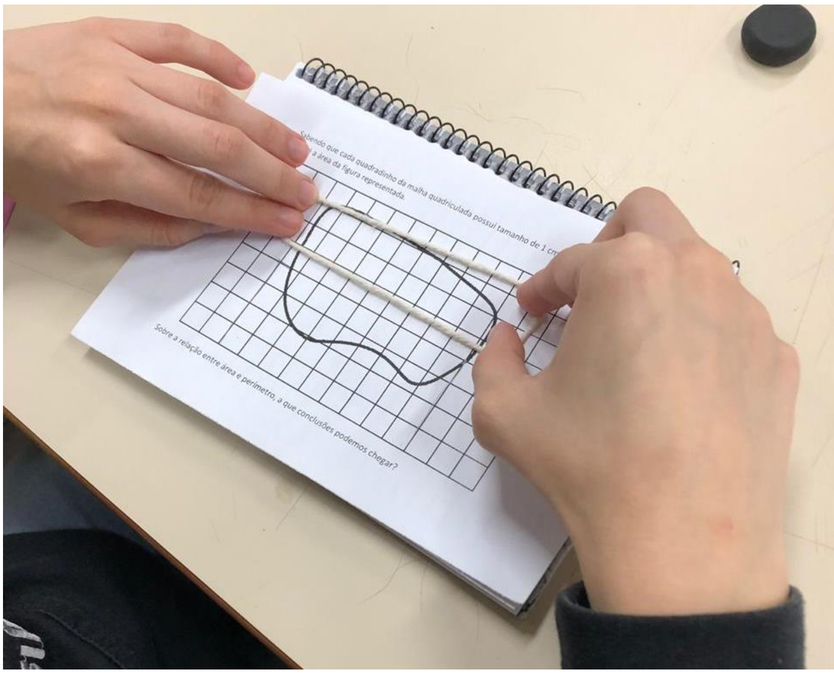


Figura 27: Resolução da atividade avaliativa.

Fonte: As autoras.

Todos conseguiram concluir rapidamente que não existe nenhuma relação entre a área e o perímetro. Assim, aproveitando o tempo que ainda restava, as docentes realizaram uma discussão sobre a atividade e fizeram a correção de um exercício da lista, no quadro. O exercício corrigido foi escolhido pelos próprios alunos, que relataram dificuldades em compreender a relação entre os lados dos quadriláteros em questão.

O governo cedeu terrenos para que famílias construíssem suas residências com a condição de que no mínimo 94% da área do terreno fosse mantida como área de preservação ambiental. Ao receber o terreno retangular ABCD, em que $AB = \frac{BC}{2}$, Antônio demarcou uma área quadrada no vértice A, para a construção de sua residência, de acordo com o desenho, no qual $AE = \frac{AB}{5}$ é lado do quadrado.

Nesse caso, a área definida por Antônio atingiria exatamente o limite determinado pela condição se ele:

a) duplicasse a medida do lado do quadrado
b) triplicasse a medida do lado do quadrado
c) triplicasse a área do quadrado
d) ampliasse a medida do lado do quadrado em 4%
e) ampliasse a área do quadrado em 4%

Quadro 9: Exercício 3.

Fonte: As autoras.

2.5.2 Plano de aula do dia 15/06/2019

PROMAT – 9º ENCONTRO

PLANO DE AULA - 9º ENCONTRO - 15/06/2019

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas.

Objetivos Gerais:

Espera-se, ao final dos três encontros deste módulo, que o aluno consiga:

- Identificar e classificar polígonos;
- Calcular a área e perímetro de polígonos, aplicando esses conceitos na resolução de problemas;
- Determinar ângulos e propriedades dos ângulos em triângulos;
- Identificar triângulos semelhantes e obter as relações métricas em triângulos;
- Aplicar o Teorema de Tales e o Teorema de Pitágoras na resolução de problemas;
- Identificar diferentes tipos de sólidos;
- Calcular volume de paralelepípedos e cilindros.

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com resolução de problemas, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Reconhecer elementos de um triângulo;
- Resolver problemas que envolvam os ângulos de um triângulo;
- Reconhecer triângulos semelhantes;
- Aplicar Teorema de Tales e Teorema de Pitágoras na resolução de problemas;
- Identificar relações métricas no triângulo retângulo e aplicá-las na resolução de problemas.

Conteúdo:

Ângulos; triângulos; semelhança de triângulos; relações métricas; Teorema de Tales; Teorema de Pitágoras.

Recursos Didáticos:

Lousa, giz, lista de exercícios, roteiro e atividade avaliativa impressa, folha A4, canos de PVC de mesmo diâmetro (medindo 10cm), fita métrica ou trena, esquadros, computador, lâminas, projetor multimídia, caderno, caneta ou lápis.

Encaminhamento metodológico:

1. Retomada dos conteúdos abordados anteriormente (5 min.);
2. Apresentação do conceito de ângulo e propriedades com o uso de lâminas (10 min.);
3. Atividade envolvendo semelhança de triângulos: utilizando canos de PVC, os alunos farão observações, verificando a área observada através dos canos. (30 min.);
4. Atividade para desenvolvimento das relações métricas no triângulo retângulo: recortar triângulos no papel A4 (15 min.);
5. Resolução de exercícios – conforme lista, em anexo. (40 min.);

6. **Intervalo**
7. Resolução de exercícios e intervenção das docentes (60 min.);
8. Aplicação da atividade avaliativa, em anexo (40 min.);

Avaliação:

A atividade avaliativa envolve o cálculo da altura da sala de aula através da semelhança de triângulos. Os discentes utilizarão um esquadro de 45° e fita métrica para calcular a altura da sala de aula através da semelhança de triângulos retângulos.

Sendo assim, espera-se avaliar se os educandos se mostram aptos a:

- Efetuar conversão de medidas;
- Estabelecer razão de semelhança entre triângulos;
- Aplicar conceitos trabalhados em aula na resolução do problema proposto.

Referências:

LEITE, R. D. **O uso do teodolito**: aplicando os conceitos de ângulo e semelhança de triângulos. Disponível em: <https://pibid.ime.ufg.br/up/981/o/Uso_do_teodolito_na_aplica%C3%A7%C3%A3o_dos_conceitos_de_%C3%A2ngulo_e_semelhan%C3%A7a_de_tri%C3%A2ngulos.pdf>. Acesso em: 13 jun. 2019.

POLÍGONOS REGULARES. Disponível em: <https://blogdoenem.com.br/poligonos-regulares-matematica-enem/>. Acesso em: 06 jun. 2019.

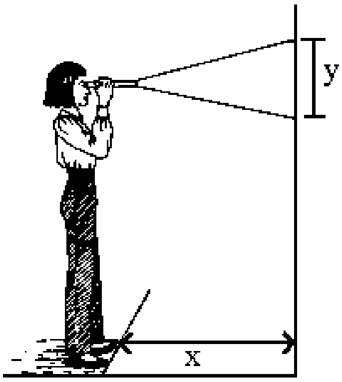
PROVAS E GABARITOS. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 09 maio 2019.

TEOREMA DE TALES. Disponível em: <https://blogdoenem.com.br/teorema-de-tales-matematica-enem/>. Acesso em: 11 jun. 2019.

ANEXOS:

Atividade exploratória:

Olhando através de tubos



Em grupos, posicionem uma folha de papel na parede. Com o observador a uma distância x da parede, meçam o tamanho da imagem y visualizada na parede através do tubo utilizado. Repita o experimento para diferentes distâncias x e organize os resultados obtidos em uma tabela.

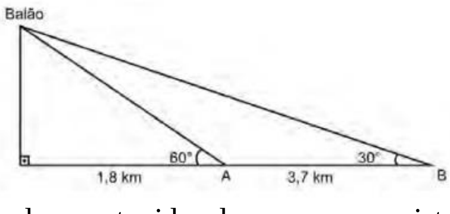
Qual a razão entre a distância do observador até a parede e a imagem visualizada? Qual a razão entre o comprimento do cano e seu diâmetro? Existe alguma relação entre elas?

LISTA DE EXERCÍCIOS
Material do aluno

1) (ENEM) A rampa de um hospital tem na sua parte mais elevada uma altura de 2,2 metros. Um paciente ao caminhar sobre a rampa percebe que se deslocou 3,2 metros e alcançou uma altura de 0,8 metro.
A distância em metros que o paciente ainda deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa é
a) 1,16 m b) 3,0 m c) 5,4 m
d) 5,6 m e) 7,04 m

2) (ENEM) A sombra de uma pessoa que tem 1,80m de altura mede 60cm. No mesmo momento, a seu lado, a sombra projetada de um poste mede 2m. Se, mais tarde, a sombra do poste diminuiu 50cm, a sombra da pessoa passou a medir:
a) 30 cm b) 45 cm c) 50 cm
d) 80 cm e) 90 cm

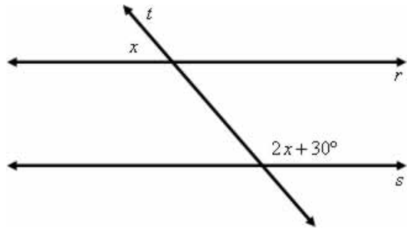
3) (ENEM) Um balão atmosférico, lançado em Bauru (343 quilômetros a Noroeste de São Paulo), na noite do último domingo, caiu nesta segunda-feira em Cuiabá Paulista, na região de Presidente Prudente, assustando agricultores da região. O artefato faz parte do programa Projeto Hibiscus, desenvolvido por Brasil, França, Argentina, Inglaterra e Itália, para a medição do comportamento da camada de ozônio, e sua descida se deu após o cumprimento do tempo previsto de medição.
Disponível em: http://www.correiodobrasil.com.br. Acesso em: 02 maio 2010.



Na data do acontecido, duas pessoas avistaram o balão. Uma estava a 1,8 km da posição vertical do balão e o avistou sob um ângulo de 60º; a outra estava a 5,5 km da posição vertical do balão, alinhada com a primeira, e no mesmo sentido, conforme se vê na figura, e o avistou sob um ângulo de 30º.
Qual a altura aproximada em que se encontrava o balão?
a) 1,8 km b) 1,9 km c) 3,1 km
d) 3,7 km e) 5,5 km

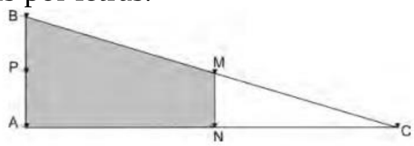
4) (PUC-MG) O dobro do complemento de um ângulo é igual à quinta parte do suplemento desse ângulo. A medida do ângulo é igual a:
a) 80º b) 60° c) 40º d) 30º e) 20º

5) (FAM–SP) Dadas às retas r e s, paralelas entre si, e t, concorrente com r e s, calcule o valor de x:



a) 51º b) 35º c) 90º d) 50º e) 45º

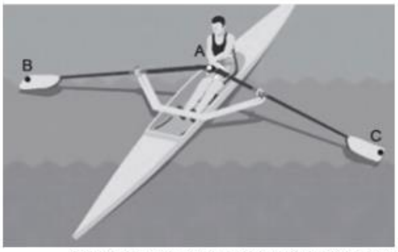
6) (ENEM) Em canteiros de obras de construção civil é comum perceber trabalhadores realizando medidas de comprimento e de ângulos e fazendo demarcações por onde a obra deve começar ou se erguer. Em um desses canteiros foram feitas algumas marcas no chão plano. Foi possível perceber que, das seis estacas colocadas, três eram vértices de um triângulo retângulo e as outras três eram os pontos médios dos lados desse triângulo, foram indicadas por letras.



A região demarcada pelas estacas A, B, M e N deveria ser calçada com concreto.
Nessas condições, a área a ser calçada corresponde:
a) à mesma área do triângulo AMC
b) à mesma área do triângulo BNC
c) à metade da área formada pelo triângulo ABC
d) ao dobro da área do triângulo MNC
e) ao triplo da área do triângulo MNC

7) (ENEM) O remo de assento deslizante é um esporte que faz uso de um barco e dois remos do

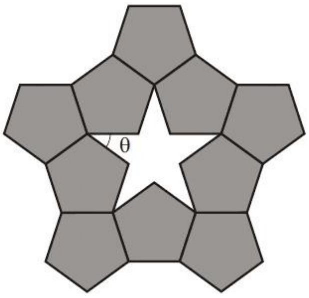
mesmo tamanho. A figura mostra uma das posições de uma técnica chamada afastamento.



Disponível em: www.remobrasil.com. Acesso em: 6 dez. 2017 (adaptado).

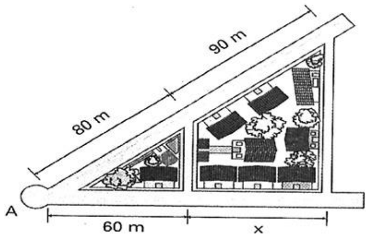
Nessa posição, os dois remos se encontram no ponto A e suas outras extremidades estão indicadas pelos pontos B e C. Esses três pontos formam um triângulo ABC cujo ângulo BÂC tem medida de 170°.
O tipo de triângulo com vértices nos pontos A, B e C, no momento em que o remador está nessa posição, é:
a) retângulo escaleno
b) acutângulo escaleno
c) acutângulo isósceles
d) obtusângulo escaleno
e) obtusângulo isósceles

8) (UNIFESP) Pentágonos regulares congruentes podem ser conectados, lado a lado, formando uma estrela de cinco pontas, conforme destacado na figura. Nestas condições, o ângulo θ mede:



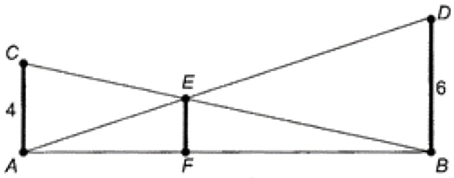
a) 108º b) 72º c) 54º d) 36º e) 18º

9) (ENEM) A figura a seguir nos mostra duas avenidas que partem de um mesmo ponto A e cortam duas ruas paralelas. Na primeira avenida, os quarteirões determinados pelas ruas paralelas têm 80 m e 90 m de comprimento, respectivamente. Na segunda avenida, um dos quarteirões determinados mede 60 m. Qual o comprimento do outro quarteirão?



a) 67,5 b) 69 c) 70,5 d) 72 e) 75

10) (ENEM) O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a 6m e 4m. A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos AC e BD e a haste é representada pelo segmento EF, todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta AB. Os segmentos AD e BC representam cabos de aço que serão instalados.

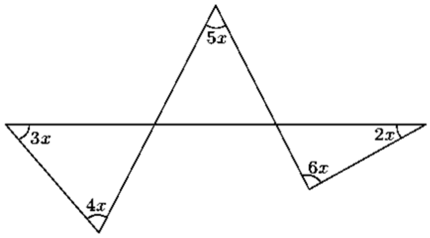


Qual deve ser o valor do comprimento da haste EF?

a) 1m b) 2m c) 2,4m d) 3m e) 2√6m

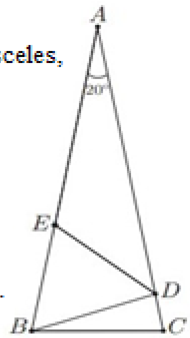
DESAFIOS

Na figura estão indicadas as medidas de alguns ângulos em função de x. Quanto vale x?



Na figura, o triângulo Δ ABC é isósceles, com BÂC = 20º.

Sabendo que BC = BD = BE, determine a medida do ângulo BDE.



2.5.2.1 Relatório

RELATÓRIO DO DIA 15/06/2019

Aos quinze dias do mês de junho do corrente ano, as estagiárias Karla Katrine Pereira Cazarotto, Laura Massuda Crema, Mariana Thais Garcia e Suenir Barreto dos Anjos, da terceira série do curso de matemática, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, *Campus* de Cascavel, orientadas pelos professores Arleni Elise Sella Langer e Clezio Aparecido Braga, realizaram mais uma prática como docentes no PROMAT, curso ofertado aos estudantes da rede pública de ensino.

As estagiárias deram início ao encontro por meio da retomada dos conceitos de polígonos, diagonais e área de polígonos, contemplados na aula anterior. Foi discutida a resolução de dois exercícios propostos no último encontro, que tratavam do número de diagonais de um polígono e do cálculo de uma área através da decomposição da figura. Após isso, as docentes partiram então para abordagem dos conteúdos propostos para o nono encontro. Com o auxílio de lâminas e registros no quadro, trataram de ângulos (ângulos notáveis, opostos pelo vértice, complementares e suplementares) e triângulos (classificação e semelhança).

Na sequência, os alunos foram convidados a reunir-se em grupos para execução da primeira atividade. Depois de receberem um pedaço de tubo (cano de PVC) medindo 10 cm e uma fita métrica, foram orientados a verificar o tamanho da imagem visualizada através do tubo, bem como repetir o procedimento para diferentes distâncias. Por fim, os estudantes deveriam encontrar as razões entre a distância do observador até a parede e a imagem visualizada e entre o comprimento do cano e o seu diâmetro.

Figura 28: Atividade “Olhando através de Tubos”.

Fonte: As autoras.

Esta tarefa foi aplicada com o intuito de se trabalhar com a semelhança de triângulos. Por esse motivo, esperava-se que as razões encontradas fossem equivalentes, de modo que os estudantes chegassem à seguinte relação, que permitia expressar o tamanho da imagem vista em função da distância até a parede:

$$\frac{c+x}{y} = \frac{c}{d} \Rightarrow$$

$$cy = d(c+x) \Rightarrow$$

$$y = \frac{dx}{c} + d$$

Entretanto, conforme as docentes circulavam entre os grupos durante o experimento, foi constatado que parte dos grupos não chegou ao resultado almejado. Nesse sentido, ao propor uma discussão coletiva acerca da tarefa, as estagiárias explicaram que a divergência pode ter sido causada por medidas imprecisas, decorrentes, por exemplo, do deslocamento da cabeça durante a visualização da imagem ou do comprimento do cano, que em alguns casos possuía pouco mais ou pouco menos que 10 cm. Para concluir, mostraram aos alunos a atividade sob a perspectiva dos triângulos semelhantes, e dedicaram-se a relacionar os casos de semelhança aos triângulos obtidos no experimento.

Posteriormente, as docentes partiram para dedução das relações métricas no triângulo retângulo. Ainda em grupos, cada aluno recebeu uma folha A4 e, seguindo as orientações das estagiárias, realizaram cortes de modo a obter três triângulos retângulos. Assim, com base na semelhança de triângulos chegaram as relações métricas.

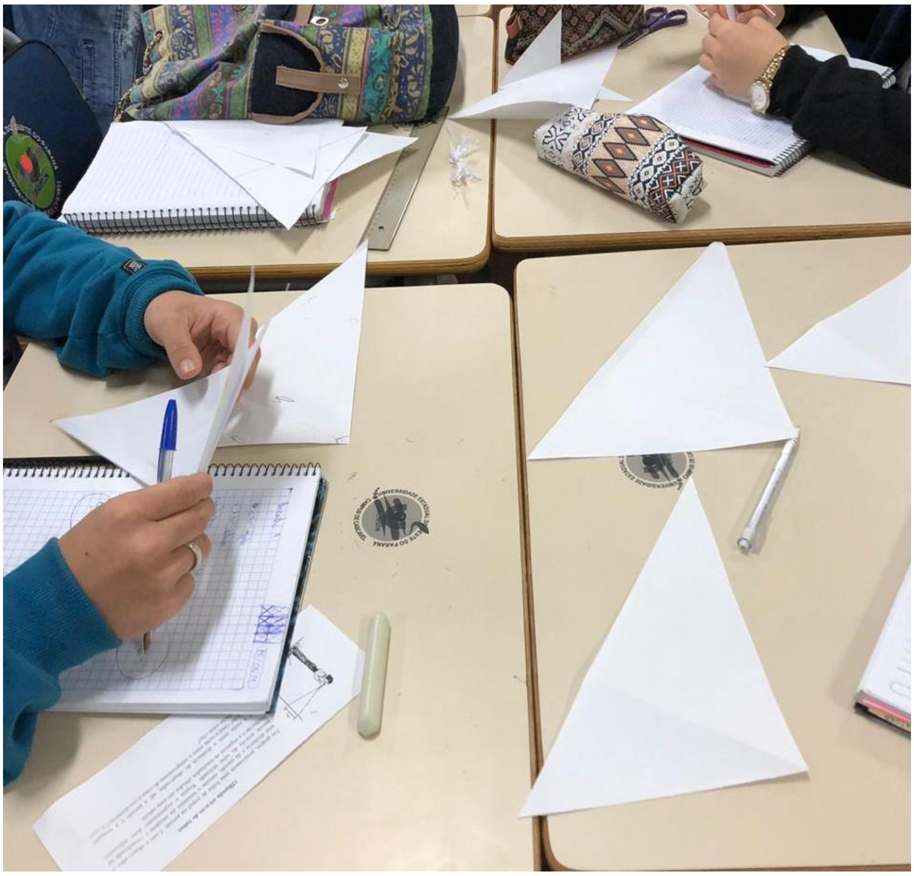


Figura 29: Produção dos estudantes.

Fonte: As autoras.

Logo após lhes foi entregue a lista com exercícios, que de modo geral, exigiam que os alunos mobilizassem seus conhecimentos sobre ângulos, semelhança de triângulos e relações métricas. Enquanto circulavam pela sala com intuito de sanar dúvidas, as docentes puderam perceber que os alunos conseguiam verificar as semelhanças com mais facilidade ao esboçar os triângulos envolvidos no problema. Além disso, alguns alunos apresentavam uma leve dificuldade em retomar o conceito de ângulos complementares e suplementares, de modo que as estagiárias retomaram estas definições, quando necessário.

Figura 30: Estudantes resolvendo a lista de exercícios.

Fonte: As autoras.

A atividade avaliativa foi realizada por meio de mais uma atividade prática. Com o objetivo de medir a altura de uma das paredes da sala de aula, os alunos, munidos de uma fita métrica em um esquadro, posicionaram esse último e aferiram medidas de modo a conseguir triângulos semelhantes. De maneira geral, os discentes encontraram medidas bem próximas a realidade. Foi possível constatar que houve compreensão da relação entre lados homólogos e ângulos correspondentes congruentes, da semelhança de triângulos.

Figura 31: Alunos trabalhando durante a avaliação.

Fonte: As autoras.

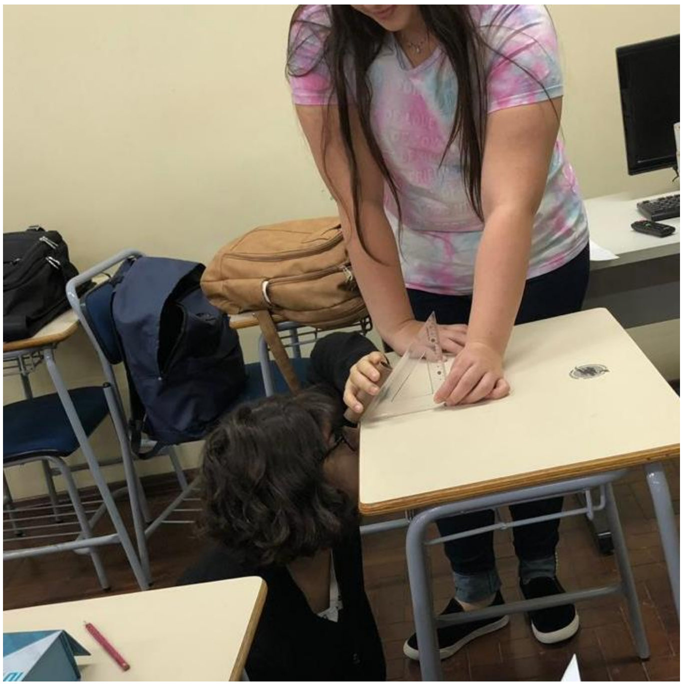


Figura 32: Alunos trabalhando durante a avaliação.

Fonte: As autoras.

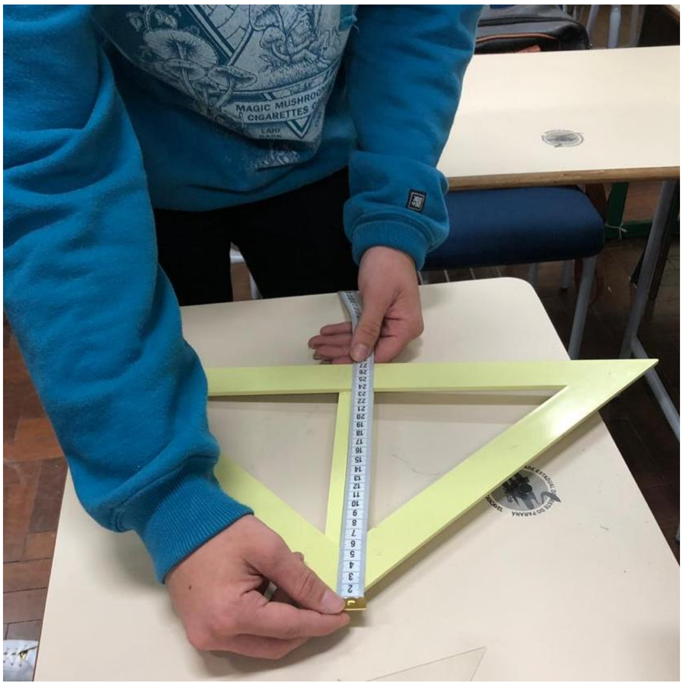


Figura 33: Alunos trabalhando durante a avaliação.

Fonte: As autoras.

2.5.3 Plano de aula do dia 29/06/2019

PROMAT – 10º ENCONTRO

PLANO DE AULA - 10º ENCONTRO - 29/06/2019

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas.

Objetivos Gerais:

Espera-se, ao final dos três encontros deste módulo, que o aluno consiga:

- Identificar e classificar polígonos;
- Calcular a área e perímetro de polígonos, aplicando esses conceitos na resolução de problemas;
- Determinar ângulos e propriedades dos ângulos em triângulos;
- Identificar triângulos semelhantes e obter as relações métricas em triângulos;
- Aplicar o Teorema de Tales e o Teorema de Pitágoras na resolução de problemas;
- Identificar diferentes tipos de sólidos;
- Calcular volume de paralelepípedos e cilindros.

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com resolução de problemas, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Identificar círculo e seus elementos;
- Calcular a área do círculo;
- Identificar diferentes tipos de sólidos;
- Calcular volume de paralelepípedos e cilindros.

Conteúdo:

Círculo e circunferência; sólidos; volume do paralelepípedo e volume do cilindro.

Recursos Didáticos:

Lousa, giz, lista de exercícios e atividade avaliativa impressa, papel A4, compasso, tesoura, barbante, régua, projetor multimídia, lâminas, computador, caderno, caneta ou lápis.

Encaminhamento metodológico:

1. Retomada dos conteúdos de ângulos e semelhança de triângulos, abordados na aula anterior (5 min.);
2. Determinação do número π e do comprimento da circunferência: os alunos devem traçar círculos e utilizando o barbante, medir o comprimento C de cada circunferência e medir o diâmetro D de cada circunferência, com D = 2R, sendo R o raio da circunferência. A partir disso, deduzir a fórmula do comprimento da circunferência e o valor de π. (20 min.)
3. Dedução da fórmula da área do círculo de raio R: Cada aluno irá dividir o círculo da atividade anterior em 8 partes iguais e recortar essas partes, obtendo 8 peças. Deverá, então, montar as peças de modo a formar uma figura similar ao paralelogramo. A

partir disso, os alunos deverão concluir que a área do círculo se aproxima da área do paralelogramo e chegar à fórmula para cálculo de área (20 min.).

4. Apresentação do conceito de poliedros, do volume do paralelepípedo e do cilindro utilizando lâminas (15 min.)
5. Resolução de exercícios – conforme lista, em anexo. (40 min.);
6. **Intervalo (40 min.)**
7. Resolução de exercícios e intervenção das docentes (40 min.);
8. Aplicação da atividade avaliativa, em anexo (40 min.).

Avaliação:

A atividade avaliativa envolve os conteúdos de Geometria trabalhados ao longo deste módulo. Baseada no *game show “Show* do Milhão”, essa atividade consiste em um jogo de perguntas e respostas. Os grupos de alunos receberão placas com as alternativas A, B, C e D, que usarão para responder ao questionário proposto. Cada acerto valerá um ponto e o vencedor será o participante que somar mais pontos. Sendo assim, espera-se identificar se os educandos se apropriaram dos conteúdos propostos durante as aulas do módulo III.

Referências:

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e Realidade**. 8º ano. 6. ed. São Paulo: Atual, 2009.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e Realidade**. 9º ano. 6. ed. São Paulo: Atual, 2009.

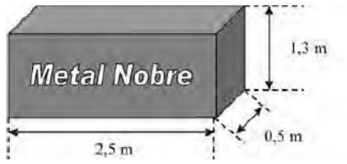
LAMAS, Rita de Cássia Pavani (et al). **Atividades Experimentais de Geometria no Ensino Fundamental**. São Paulo: PROEX; UNESP, 2005.

PROVAS E GABARITOS. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 09 maio 2019.

ANEXOS:

LISTA DE EXERCÍCIOS
Material do aluno

1) (ENEM) A siderúrgica "Metal Nobre" produz diversos objetos maciços utilizando o ferro. Um tipo especial de peça feita nessa companhia tem o formato de um paralelepípedo retangular, de acordo com as dimensões indicadas na figura que segue:



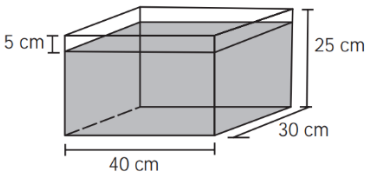
O produto das três dimensões indicadas na peça resultaria na medida da grandeza

a) massa b) volume c) superfície
d) capacidade e) comprimento

2) (ENEM PPL) Um homem, determinado a melhorar sua saúde, resolveu andar diariamente numa praça circular que há em frente à sua casa. Todos os dias ele dá exatamente 15 voltas em torno da praça, que tem 50 m de raio.
Use 3 como aproximação para π.
Qual é a distância percorrida por esse homem em sua caminhada diária?

a) 0,30 km b) 0,75 km c) 1,50 km
d) 2,25 km e) 4,50 km

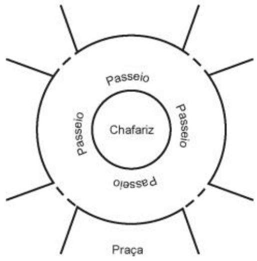
3) (ENEM) Alguns objetos, durante a sua fabricação, necessitam passar por um processo de resfriamento. Para que isso ocorra, uma fábrica utiliza um tanque de resfriamento, como mostrado na figura.



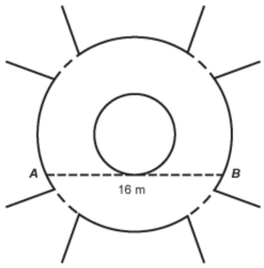
O que aconteceria com o nível da água se colocássemos no tanque um objeto cujo volume fosse de 2400 cm³?

a) O nível subiria 0,2 cm, fazendo a água ficar com 20,2 cm de altura.
b) O nível subiria 1 cm, fazendo a água ficar com 21 cm de altura.
c) O nível subiria 2 cm, fazendo a água ficar com 22 cm de altura.
d) O nível subiria 8 cm, fazendo a água transbordar.
e) O nível subiria 20 cm, fazendo a água transbordar

4) (ENEM) A figura mostra uma praça circular que contém um chafariz em seu centro e, em seu entorno, um passeio. Os círculos que definem a praça e o chafariz são concêntricos.



O passeio terá seu piso revestido com ladrilhos. Sem condições de calcular os raios, pois o chafariz está cheio, um engenheiro fez a seguinte medição: esticou uma trena tangente ao chafariz, medindo a distância entre dois pontos A e B, conforme a figura. Com isso, obteve a medida do segmento de reta AB: 16 m.



Dispondo apenas dessa medida, o engenheiro calculou corretamente a medida da área do passeio, em metro quadrado.
A medida encontrada pelo engenheiro foi:

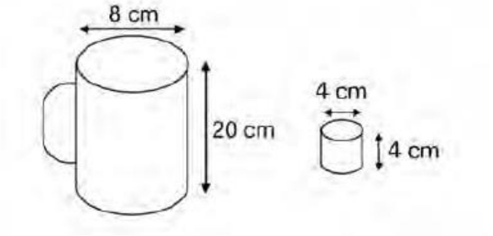
a) 4π b) 8π c) 48π
d) 64π e) 192π

5) (ENEM) A figura seguinte mostra um modelo de sombrinha muito usado em países orientais.

Disponível em: http://mdmat.psico.ufrgs.br. Acesso em: 1 maio 2010.

Esta figura é uma representação de uma superfície de revolução chamada de
a) pirâmide
b) semiesfera
c) cilindro
d) tronco de cone
e) cone

6) (ENEM) Dona Maria, diarista na casa da família Teixeira, precisa fazer café para servir as vinte pessoas que se encontram numa reunião na sala. Para fazer o café, Dona Maria dispõe de uma leiteira cilíndrica e copinhos plásticos, também cilíndricos.

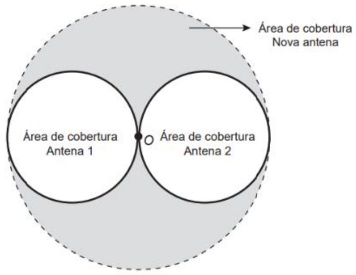


Com o objetivo de não desperdiçar café, a diarista deseja colocar a quantidade mínima de água na leiteira para encher os vinte copinhos pela metade.
Para que isso ocorra, Dona Maria deverá:

a) encher a leiteira até a metade, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo
b) encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo
c) encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo
d) encher duas leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo
e) encher cinco leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo

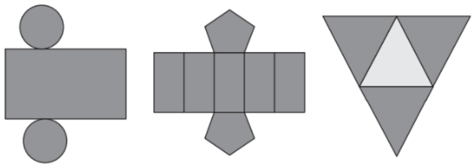
7) (ENEM) Uma fábrica produz barras de chocolates no formato de paralelepípedos e de cubos, com o mesmo volume. As arestas da barra de chocolate no formato de paralelepípedo medem 3 cm de largura, 18 cm de comprimento e 4 cm de espessura.
Analisando as características das figuras geométricas descritas, a medida das arestas dos chocolates que têm o formato de cubo é igual a:
a) 5cm b) 6cm c) 12cm d) 24cm e) 25cm

8) (ENEM) Uma empresa de telefonia celular possui duas antenas que serão substituídas por uma nova, mais potente. As áreas de cobertura das antenas que serão substituídas são círculos de raio 2 km, cujas circunferências se tangenciam no ponto O, como mostra a figura.



O ponto O indica a posição da nova antena, e sua região de cobertura será um círculo cuja circunferência tangenciará externamente as circunferências das áreas de cobertura menores.
Com a instalação da nova antena, a medida da área de cobertura, em quilômetros quadrados, foi ampliada em:
a) 8π b) 12π c) 16π d) 32π e) 64π

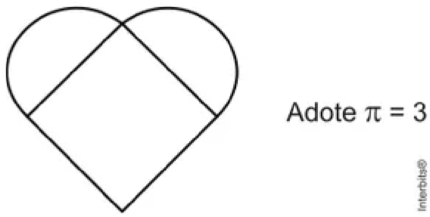
9) (ENEM) Maria quer inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.



Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?

a) Cilindro, prisma de base pentagonal e pirâmide
b) Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide
c) Cone, tronco de pirâmide e pirâmide
d) Cilindro, tronco de pirâmide e prisma
e) Cilindro, prisma e tronco de cone.

10) A figura abaixo representa o coração perfeito que Biancardine desenhou para sua amada Lívia.



Sabendo que esse coração representa dois semicírculos com o diâmetro em dois lados consecutivos de um quadrado, cuja diagonal mede $5\sqrt{8}$ cm, a área do coração, em cm quadrados, é:
a) 175 b) 160 c) 155 d) 140 e) 142

Avaliação:

Jogo *Show* do Milhão

Questionário

1) Um polígono com 20 lados é chamado de:

a) Eneágono b) Vinteágono **c) Icoságono** d) Pentadecágono

2) **2.** Um polígono convexo com exatamente 35 diagonais tem:

a) 6 lados b) 9 lados **c) 10 lados** d) 12 lados

3) Um dos ângulos da base de um triângulo isósceles mede 38°. Quanto mede o ângulo oposto à base?

a) 38° b) 76° **c) 104°** d) 102°

4) A soma do número de diagonais de um quadrado, um retângulo, um pentágono e um triângulo é:

a) 4 **b) 9** c) 13 d)14

5) Um ângulo α é obtuso se:

a) 90°< α <180° b) 0°< α <90° c) mede 180° d) mede 90°

6) Se ontem fosse amanhã, hoje seria sexta-feira. Que dia é hoje?

a) Segunda-feira **b) Quarta-feira** c) Sexta-feira d) Domingo

7) Sobre triângulos, podemos afirmar que:

a) Todo triângulo isósceles é escaleno b) Todo triângulo escaleno é equilátero

c) Todo triângulo isósceles é equilátero **d) Todo triângulo equilátero é isósceles**

8) Dois ângulos são suplementares quando:

a) são complementares **b) a soma das suas medidas é igual a 180°**

c) são opostos pelo vértice d) a soma das suas medidas é igual a 90°

9) A área de um dodecágono regular equivale a área de:

a) dois triângulos congruentes b) cinco triângulos congruentes

c) dez triângulos congruentes **d) doze triângulos congruentes**

10) De acordo com o Teorema de Pitágoras, podemos afirmar que todo triângulo retângulo de hipotenusa **a** e catetos **b** e **c**:

a) $a^2 = b^2 - c^2$ b) $a^2 = b^2 \times c^2$

c) $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$ d) Não podemos afirmar nada

11) A razão entre a circunferência de um círculo e o diâmetro dele é:

a) o raio **b) $\boldsymbol{\pi}$** c) o diâmetro d) a área do círculo

12) A fórmula que nos dá a circunferência de um círculo pode ser dada por:

a) Diâmetro multiplicado por $\boldsymbol{\pi}$ b) Raio multiplicado por π

c) Diâmetro multiplicado pelo raio d) Não existe fórmula

13) Uma sala tem quatro cantos e em cada canto tem um gato. Cada gato vê três gatos. Quantos gatos há na sala?

a) 3 **b) 4** c) 8 d) 16

14) Qual é o comprimento do arco do semicírculo de raio igual a 5?

a) 25 π b) 20 π c) 10 π **d) 5 $\boldsymbol{\pi}$**

15) A razão entre o volume e a área total de um cilindro é:

a) $2\pi h$ b) $\frac{1}{r\,h}$ **c)** $\frac{\mathbf{2(r + h)}}{\mathbf{rh}}$ d) $\frac{(4h + 2h)}{2\pi r}$

2.5.3.1 Relatório

RELATÓRIO DO DIA 29/06/2019

Ao vigésimo nono dia do mês de junho do corrente ano, as estagiárias Karla Katrine Pereira Cazarotto, Laura Massuda Crema, Mariana Thais Garcia e Suenir Barreto dos Anjos, da terceira série do curso de Matemática, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, *Campus* de Cascavel, orientadas pelos professores Arleni Elise Sella Langer e Clezio Aparecido Braga, realizaram a décima (e última) prática como docentes no PROMAT, curso ofertado aos estudantes da rede pública de ensino.

Inicialmente, foi realizada uma breve retomada acerca dos conceitos de semelhança de triângulos e ângulos complementares e suplementares, através da correção de dois exercícios que estavam na lista de exercícios da aula anterior.

Na sequência, os alunos reuniram-se em grupos para a realização da primeira atividade. Para isso, as docentes utilizaram lâminas e apresentaram aos alunos a circunferência e seus elementos. Na sequência, cada grupo recebeu papel A4, tesouras, compassos, barbante e cilindros. Os discentes foram orientados a traçarem circunferências e medirem seu comprimento, bem como seu diâmetro. Além disso, deveriam medir o comprimento e diâmetro do cilindro e calcularem a razão entre essas medidas. A partir dos resultados obtidos em cada grupo, foi estimado o valor do π e definida a fórmula do comprimento da circunferência.

Figura 34: Alunos trabalhando.

Fonte: As autoras.

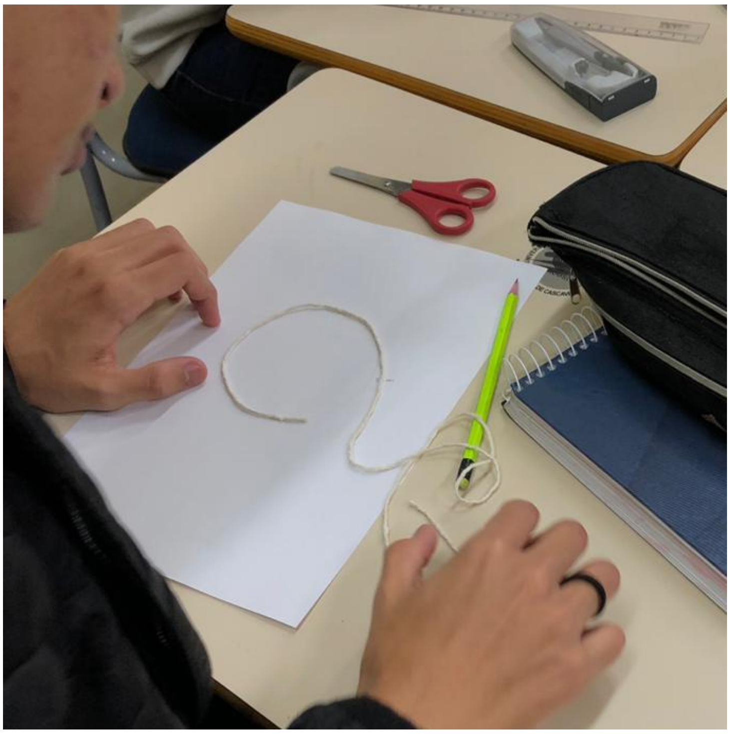


Figura 35: Alunos trabalhando.

Fonte: As autoras.

Devido à manipulação dos barbantes, a atividade ocupou alguns minutos além do planejado. Na atividade seguinte, os alunos aproveitaram as circunferências traçadas anteriormente, que foram recortadas em 8 setores circulares iguais conforme a figura abaixo.

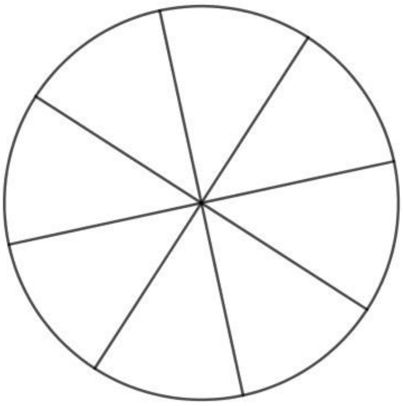


Figura 36: Ilustração dos setores circulares recortados.

Fonte: As autoras.

Os alunos foram orientados a reorganizarem as peças recortadas, de modo que obtiveram uma figura próxima de um paralelogramo. Deste modo, chegaram à conclusão que a área do círculo era aproximadamente equivalente a área do paralelogramo e a partir dessa aproximação, deduziram a fórmula para o cálculo da área do círculo. Após isso, foi exibida uma animação onde o círculo era dividido em setores cada vez menores, para uma aproximação mais adequada da área.

Após isso, as estagiárias utilizaram lâminas para apresentar sólidos e poliedros aos alunos, bem como as fórmulas utilizadas para cálculo de volume, partindo da ideia de volume do paralelepípedo.

Em seguida, os alunos receberam a lista de exercícios e como de costume, as docentes transitaram entre os grupos. De modo geral, os alunos tiveram facilidade em resolver os problemas propostos, que exigiam cálculo de volumes e da área do círculo, além da identificação de sólidos. Em alguns grupos, no entanto, foi necessário retomar o conceito de diagonal, que já havia sido trabalhado em aulas anteriores.

Para finalizar o encontro, as estagiárias utilizaram o jogo "*Show* do Milhão" como atividade avaliativa. Nesse jogo, cada grupos de alunos recebeu placas com as alternativas A, B, C e D, utilizadas para responder ao questionário proposto. Durante a realização da atividade, percebeu-se os estudantes pareceram bastante envolvidos com a atividade e motivados para vencer a disputa. Como as questões abordavam conteúdos trabalhados em todo o módulo III, alguns alunos consultavam seus cadernos antes de apresentarem uma resposta e em cada grupo foi perceptível que os próprios estudantes sanavam as dúvidas de seus pares. Desta maneira, observou-se que atividade foi bastante proveitosa, apresentando resultados extremamente satisfatórios.

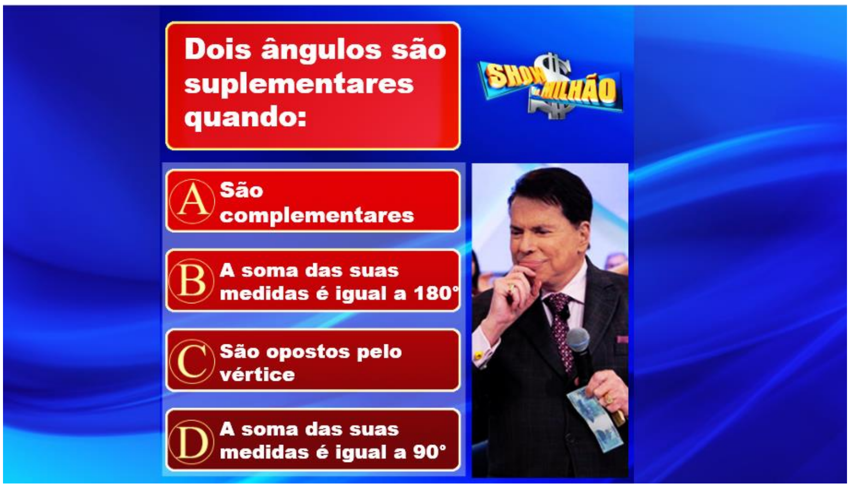


Figura 37: Questão do jogo "Show do Milhão".

Fonte: As autoras.

2.6 PROMAT - Considerações

Consideramos, sem dúvida que o grande "facilitador" durante o transcurso do trabalho no PROMAT foi à metodologia adotada. Sabendo que os alunos não se conheciam, os jogos atuaram como agentes socializadores. Além do entretenimento e socialização serviram para introduzir, fixar e avaliar a aprendizagem de conceitos, transcendendo assim a simples ação lúdica.

Desse modo, pudemos avaliar não apenas se os alunos memorizam regras e esquemas. Mas também analisar as múltiplas maneiras de pensar.

À prática em si proporcionou a habituação de certas maneiras de atuar, por exemplo, o zelo de uma explicação de modo detalhado, além de poder constatar a importância de um bom planejamento de aula.

Por fim, percebemos que a prática docente é cheia de desafios e precisamos estar preparadas para superá-los, mas também percebemos quão prazerosa é a arte de ensinar.

3. PROJETO DIA NACIONAL DA MATEMÁTICA

3.1 Projeto

Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas

Curso de Licenciatura em Matemática

PROJETO DIA NACIONAL DA MATEMÁTICA:

Cascavel

2019

DIA NACIONAL DA MATEMÁTICA:

Projeto de atividades desenvolvidas no Dia Nacional da Matemática para a disciplina Metodologia e Prática de Ensino de Matemática – Estágio Supervisionado I do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, aplicado no Colégio Estadual Marilis Faria Pirotelli
Professora Arleni Elise Sella Langer.

Cascavel

2019

1. INTRODUÇÃO

Este projeto tem por objetivo descrever as atividades a serem desenvolvidas em comemoração ao Dia Nacional da Matemática, elaborado como trabalho complementar de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática – Estágio Supervisionado I, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná.

O projeto baseia-se em elaboração e aplicação de atividades diferenciadas envolvendo a matemática, para turmas de 6º ao 9º ano do período matutino e vespertino. As atividades neste descritas serão desenvolvidas no Colégio Estadual Marilis Faria Pirotelli e têm por finalidade divulgar o Dia Nacional da Matemática, bem como seus motivos, além de promover o interesse dos alunos pela disciplina por meio de atividades diferenciadas.

A elaboração deste justifica-se pela necessidade cada vez maior de atualizar os modelos de ensino vigentes buscando resgatar o interesse, cada vez mais escasso, dos alunos pela matemática. Além disto, pretende-se divulgar o dia 06 de maio como o Dia Nacional da Matemática, apresentando a lei n° 12.835, sancionada em 26 de junho de 2013, que instituiu oficialmente esta data e a relação deste dia com a história de Malba Tahan. Vale ressaltar que a realização deste projeto estava prevista para o referente dia 06 de maio, no entanto, em devido ao cronograma da disciplina as atividades foram adiadas e devem ser realizadas no dia 04 de junho de 2019, simbolizando o Dia Nacional da Matemática.

Segundo D'Ambrosio (s.d., p. 1), "há um risco de desaparecimento da Matemática, como vem sendo praticada atualmente no currículo, como disciplina autônoma dos sistemas escolares, pois ela se mostra, na sua maior parte, obsoleta, inútil e desinteressante". Refletindo sobre esta realidade tão presente nas escolas, é importante que haja não só uma preocupação por parte dos educadores em reverter esta situação, como também a elaboração de novos projetos de ensino e metodologias inovadoras para trabalhar a matemática de forma mais significativa, resgatando sua essência e relacionando-a com a vivência do aluno, tanto na escola como na sociedade em geral.

Em vista desta necessidade de inovação, o Dia Nacional da Matemática pode ser uma excelente oportunidade para divulgar novas ideias e estimular a implantação de novas práticas de ensino através da utilização de mídias e de sua contextualização.

2. OBJETIVOS

2.1 OBJETIVOS GERAIS

- Divulgar o Dia Nacional da Matemática e promover a integração dos alunos
- Elencar fatos históricos importantes, estimulando os alunos a relacionar a história da matemática com sua aplicação na atualidade.
- Realizar atividades lúdicas e dinâmicas envolvendo conteúdos de matemática;
- Constatar a importância de Malba Tahan na história da matemática;

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Com a realização do projeto em questão, pretende-se que os alunos possam

- Obter o conhecimento da existência do Dia Nacional da Matemática, da lei federal que o rege e a relação desta data com a história de Malba Tahan;
- Conhecer um pouco da história de Malba Tahan e suas publicações, bem como seus principais contos e livros;
- Compreender os princípios básicos da realidade virtual;
- Perceber a importância da realidade virtual e reconhecê-la como uma forma de entretenimento e ferramenta de aprendizagem;
- Resolver problemas de Malba Tahan aplicados na realidade virtual;
- Ter um momento de recreação, trabalhando a matemática de forma divertida e interessante.

3. METODOLOGIA

Para a execução do projeto aqui proposto, durante o horário da aula de matemática, os alunos serão divididos em grupos na sala de aula, sendo conduzidos ao auditório do colégio onde ocorrerão as seguintes atividades:

ETAPA 1 (Apresentação do Projeto):

Para iniciar, formar-se-á um semicírculo para que os estudantes ouçam uma explicação prévia a respeito da comemoração do Dia Nacional da Matemática, a fim de que entendam a importância desta data como motivo principal da realização deste projeto.

Então indagaremos os alunos para saber se eles têm conhecimento a respeito desta data e de sua história. Após tramitar por muito tempo um projeto de lei foi finalmente sancionado em 26 de junho de 2013 como lei n° 12.835, essa lei instituiu oficialmente o dia 06 de maio, data de nascimento do matemático, escritor e educador Malba Tahan, como Dia Nacional da Matemática. O objetivo da criação desta lei é incentivar a promoção de atividades educativas e culturais alusivas à referida data.

O dia da matemática é uma data comemorada informalmente há muitos anos pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática. A data de sua comemoração é no dia 06 de maio. Esta data foi escolhida em homenagem ao matemático, escritor e educador brasileiro Júlio Cezar de Mello de Souza, mais conhecido como Malba Tahan, que nasceu no dia 06 de maio de 1895, no Rio de Janeiro. Júlio Cezar de Mello Souza começou a lecionar quando tinha apenas 18 anos. Formou-se em Engenharia civil, mas devido ao seu grande amor pela escrita e pela matemática nunca exerceu está profissão. Júlio juntou suas duas grandes paixões e começou a escrever histórias que envolviam matemática e publicou-as em um jornal local usando um pseudônimo para assinar suas obras, por ter medo de não serem aceitas pela sociedade em geral.

Júlio Cezar era um grande admirador da cultura árabe, e por este motivo, passou a incluí-la em suas obras e passou a usar um pseudônimo árabe também: Ali Iezid Izz-Edim Ibn Salim Hank Malba Tahan. Após ter escrito diversos contos assinados com este pseudônimo, finalmente, em 1925, Júlio pode lançar seu primeiro livro: contos de Malba Tahan. Com fama deste livro, em 1933 Júlio foi reconhecido como o verdadeiro autor do livro.

Malba Tahan publicou 120 livros, dos quais 51 são voltados para à matemática. Em suas obras conseguiu repassar o conteúdo matemático em histórias envolventes, constituídas de enigmas e fantasmas, tornando-as sempre aventuras divertidas e empolgantes. Malba Tahan conseguiu transmitir a matemática de forma memorável, e é inegável que ele tendo juntado suas duas paixões: a matemática e a escrita, fez com que ele fizesse um sucesso tremendo, de forma que até o dia de sua morte já havia vendido mais de um milhão de seus livros, e seu livro mais famoso, “O homem que calculava”, tornou-se um *Best-seller* e até hoje é muito atrativo para as novas gerações.

O tempo previsto para esta atividade introdutória é de aproximadamente 10 minutos. Ao fim da atividade, será aberto um espaço para possíveis dúvidas e perguntas dos estudantes sobre o assunto abordado. Em seguida, a turma será dividida em quatro grupos, que revisarão entre as atividades a seguir.

Etapa 2 (Realidade Virtual)

A realidade virtual é uma tecnologia de interface entre um usuário e um sistema operacional através de recursos gráficos 3D ou imagens 360º cujo objetivo é criar a sensação de presença em um ambiente virtual diferente do real. Para isso, essa interação é realizada em tempo real, com o uso de técnicas e de equipamentos computacionais que ajudem na ampliação do sentimento de presença do usuário no ambiente virtual. Esta sensação de presença é usualmente referida como imersão.

Segundo Pimentel (1995), realidade virtual (VR) é o uso de alta tecnologia para convencer o usuário de que ele se encontra em outra realidade, provocando o seu envolvimento por completo.

Para esse projeto, serão feitas duas atividades em ambiente virtual, sendo elas o problema das cinco escravas, presente no livro de Malba Tahan e um jogo de coordenadas cartesianas.

ATIVIDADE 1 (Problema das Cinco Escravas)

No capítulo XXXIII de **O Homem que Calculava**, o califa desafiou Beremiz Samir, o Homem que Calculava, a encontrar a solução para um curioso problema, que é mais complexo que o Problema das Três Caixas. O califa tinha 5 escravas: 2 tinham olhos negros e 3 tinham olhos azuis. As escravas que tinham olhos negros sempre diziam a verdade, mas as escravas que tinham olhos azuis nunca diziam a verdade e todas tinham os rostos cobertos por véu. Fazendo apenas 3 perguntas, uma para cada uma das 3 garotas escolhidas pelo próprio calculista, se deveria descobrir, com apenas 3 respostas, as cores dos olhos das 5 escravas.

As garotas foram posicionadas lado a lado e o calculista fez a primeira pergunta para garota que estava na extrema esquerda dele: “de que cor são os teus olhos?” A resposta foi dada em chinês, língua inacessível para o calculista. Algumas escravas não eram de origem Árabe. Atendendo ao protesto contido do calculista, todas as respostas seguintes deveriam ser dadas em árabe. Porém, só lhe restavam duas perguntas. Como ele conseguiria descobrir as cores dos olhos de todas as escravas com apenas duas perguntas e duas respostas? A primeira resposta teve algum proveito?

Sem esboçar desânimo, o calculista interpelou a segunda garota na ordem em que estavam postas nesses termos: “qual foi a resposta que a sua companheira acabou de proferir?” A garota respondeu com clareza: “as palavras dela foram “os meus olhos são azuis”. Essa resposta aparentemente ainda não esclarecia o que quer que fosse. O que Beremiz pretendia com essas perguntas tão vagas? Fique atento à capacidade de uma mente puramente lógica. Sigamos para a terceira pergunta.

A terceira pergunta foi feita para a escrava que estava no centro: “de que cor são os olhos dessas duas jovens à sua direita que acabo de interrogar?” A resposta foi: “a primeira tem os olhos negros e a segunda tem os olhos azuis!”. Após alguns minutos de reflexão, Beremiz deu a resposta correta. Qual as cores dos olhos das escravas?

ATIVIDADE 2 (Jogo das Coordenadas)

Para esse jogo, foi criado um ambiente em Realidade Virtual com alguns objetos dentro e os eixos coordenados no plano. No jogo, os alunos deverão calcular em qual coordenada está um determinado objeto.

ETAPA 3 (Circuito de Jogos):

Em seguida, a turma será dividida em grupos, que participarão das atividades a seguir.

ATIVIDADE 1 (Tangram)

O Tangram é um quebra-cabeças geométrico de origem chinesa, formado por 7 peças: 5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo. Para realizar a atividade, será montada uma mesa onde estarão dispostos alguns Tangram e alguns quebra-cabeças com figuras, que os alunos deverão montar.

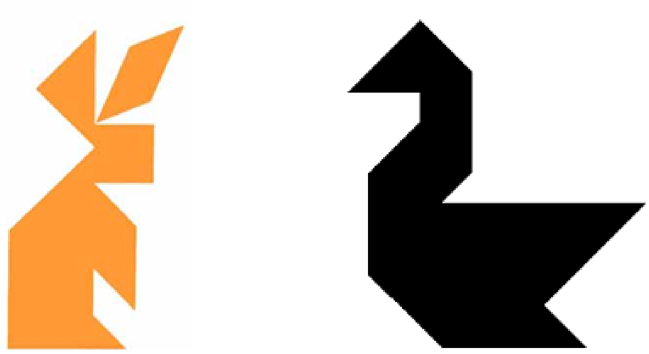


Figura 38: Quebra-cabeças com Tangram.

Fonte: As autoras.

ATIVIDADE 2 (Torre de Hanói)

O jogo consiste de uma base onde estão fixadas três hastes verticais e um certo número de discos de diâmetros diferentes, furados no centro. Chamando as hastes de A, B e C, no começo do jogo nossos discos estão todos empilhados na haste A, em ordem decrescente de tamanho, com o menor disco acima de todos. Nosso objetivo é mover todas os discos de A para C obedecendo as seguintes regras:

- Podemos mover apenas um disco por vez
- Um disco maior nunca pode ser posto sobre um disco menor.

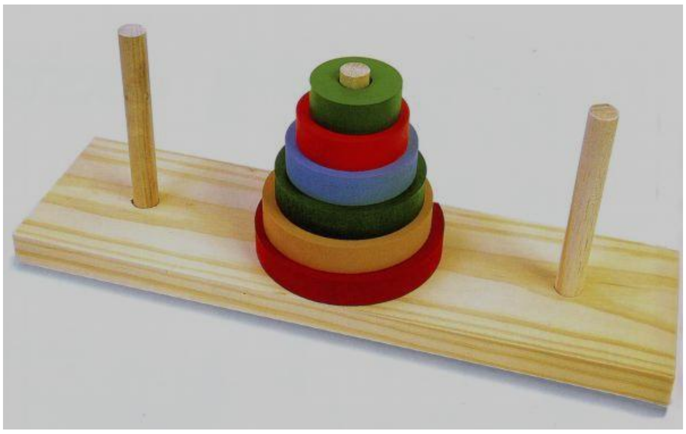


Figura 39: Torre de Hanói.

Fonte: As autoras.

ATIVIDADE 3 (Jogo dos Arranha-Céus)

Esse jogo foi retirado do acervo do Museu da Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). O jogo consiste em colocar 16 prédios, simulados por peças de quatro alturas diferentes, em uma grade 4×4. Como no Sudoku, em cada linha e coluna da grade devem ser colocados prédios de tamanhos diferentes, de forma que a quantidade de prédios visíveis desde cada posição, seja a indicada pelos números que aparecem nas bordas da grade.

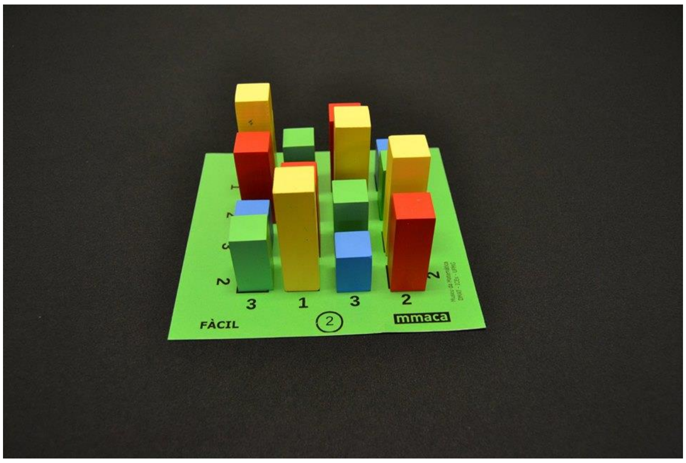


Figura 40:Jogo dos Arranha-Céus.

Fonte: Museu da Matemática da UFMG.

ATIVIDADE 4 (Labirinto dos Polinômios)

Esse jogo foi retirado de uma proposta pedagógica desenvolvida por uma docente da rede estadual participante do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE). Podendo ser disputado por um quarteto, trata-se de um jogo competitivo composto por um tabuleiro, dados e peões. Nas "casas" do tabuleiro estão polinômios, e em cada rodada o jogador da vez lança o dado e substitui o valor sorteado na expressão algébrica, andando tantas "casas" quanto for o valor calculado. O ganhador será o jogador que chegar primeiro à casa "chegada".

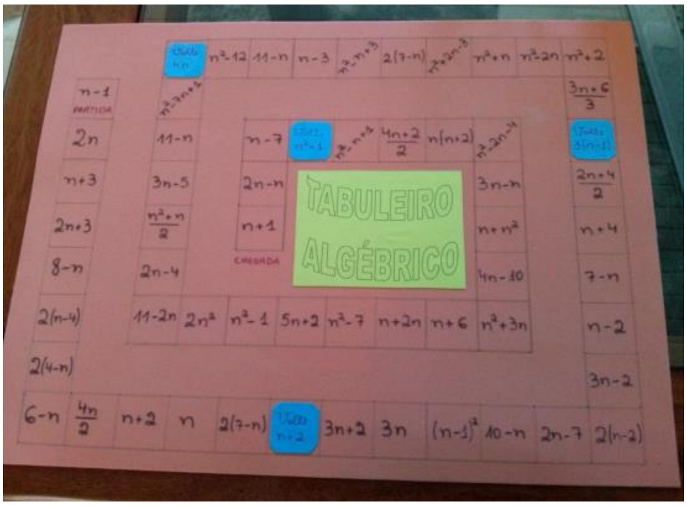


Figura 41: Labirinto dos Polinômios.

Fonte: MIGUEL, 2014.

ATIVIDADE 5 (Bingo das Equações)

Neste jogo, cada aluno irá receber uma cartela com nove células, contendo oito equações e um coringa. Em cada rodada, será sorteado um valor que corresponde a raiz de uma equação. Se a equação cuja raiz for sorteada estiver na cartela do aluno, ele irá “marcar” a equação. Vence o aluno que preencher toda a cartela primeiro.

ATIVIDADE 6 (Uno das Frações)

É um jogo retirado do blog https://aprendendocomtiadebora.blogspot.com, e tem como objetivo trabalhar sobre frações e frações equivalentes. O jogo inclui 208 cartas, sendo 180 compostas por frações, e o restante são as cartas “especiais”. As cartas regulares, ou seja, não especiais, estão nas cores vermelho, amarelo, verde ou azul. Existem três ações especiais para cada tipo de cor de carta, identificadas como "pular", "comprar duas" e "inverter". Há também cartas de ações especiais com fundo preto, "coringa" e "coringa comprar quatro".

Semelhante às regras que constituem o jogo Uno, o Uno das Frações também deve começar com a distribuição de sete cartas a cada jogador, e a carta que ficou em cima do baralho é virada para cima, sendo esta a primeira. O jogo começa com a pessoa posicionada ao sentido horário de quem distribuiu as cartas; desta vez, as cartas não são compostas por números de 0 a 9, e sim por frações, dessa forma, em cada oportunidade, o jogador pode jogar uma carta de sua mão que seja igual à cor, à fração ou à fração equivalente à última carta apresentada, sendo que se tiver mais de que uma carta dessa fração, ou equivalente, pode jogá-las, ou então jogar um coringa ou coringa comprar quatro.

Vence o jogador que descartar suas cartas primeiro.

ATIVIDADE 7 (Show do Milhão)

Baseada no *game show* da televisão, essa atividade consiste em um jogo de perguntas e respostas. Os participantes receberão placas com as alternativas A, B, C e D, que usarão para responder ao questionário proposto. Cada acerto vale um ponto e o vencedor é o participante que somar mais pontos.

PÚBLICO ALVO: (alunos a quem o projeto se destina)

O projeto baseia-se na realização de algumas atividades relacionadas com o Dia Nacional da Matemática e alguns jogos e desafios. Tais atividades serão desenvolvidas com os alunos de Ensino Fundamental do período matutino e vespertino do Colégio. Desta forma, almeja-se selecionar conceitos que estejam em harmonia com os níveis de conhecimento dos alunos aos quais pretendemos atingir, recordando em especial o conteúdo visto por eles no trimestre anterior.

3.1 CRONOGRAMA

O projeto será composto de 8 horas/aula, conforme a tabela a seguir.

Manhã	Tarde
7ºB	7º E
7ºB	7º E
7ºA	6º D
7ºA	6º D

4. RESULTADOS

Com o desenvolvimento dessas atividades, pretendemos conscientizar os alunos sobre o Dia da Matemática e ressaltar a importância da figura de Malba Tahan como escritor e educador engajado com a popularização da matemática. Também pretendemos apresentar a realidade virtual para os alunos e através de atividades lúdicas, desenvolver raciocínio lógico dos alunos e a participação coletiva.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Lei Federal nº12 835, de 26 de junho de 2013, que institui o Dia Nacional da Matemática. Casa Civil, subchefia para assuntos jurídicos. Brasília, DF, 26 de junho de 2013.

D'AMBROSIO, U. Por que se ensina matemática? Disponível em: <http://apoiolondrina.pbworks.com/f/Por%2520que%2520ensinar%2520Matematica.pd>. Acessado em: 20 jul. 2017.

JOGO UNO DAS FRAÇÕES. Disponível em: < https://aprendendocomtiadebora.blogspot.com /2016/06/jogo-uno-das-fracoes.html>. Acesso em: 02 maio 2019.

MIGUEL, Sirlei. Jogos e Atividades Lúdicas no Ensino de Álgebra. In: **Cadernos PDE**. Curitiba: SEED, 2014. Disponível em <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/por

tals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unioeste_mat_pdp_sirlei_miguel.pdf
>. Acesso em: 02 maio 2019.

MUSEU DE MATEMÁTICA DA UFMG. Disponível em: <http://www.mat.ufmg.br/museu/>. Acesso em: 02 maio 2019.

PIMENTEL, K.; TEIXEIRA, K. **Virtual reality - through the new looking glass**. New York: McGraw-Hill, 1995.

TAHAN, M. **O Homem que Calculava**. Rio de Janeiro: Record, 2010.

3.2 Relatório da Execução do Projeto

Ao quarto dia do mês de junho do corrente ano, as estagiárias Karla Katrine Pereira Cazarotto, Laura Massuda Crema, Mariana Thais Garcia e Suenir Barreto dos Anjos, da terceira série do curso de Matemática, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, *Campus* Cascavel, orientadas pelos professores Arleni Elise Sella Langer e Clezio Aparecido Braga, executaram um conjunto de atividades em comemoração ao Dia Nacional da Matemática, elaboradas como trabalho complementar da disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática – Estágio Supervisionado I. Estas atividades foram desenvolvidas no Colégio Estadual Marilis Faria Pirotelli.

O projeto apresentado ao Colégio descrevia um conjunto de atividades que contemplavam os conteúdos de todo o Ensino Fundamental II. Contudo, para que o projeto ocorresse com tranquilidade, optou-se por trabalhar apenas com turmas de 6º e 7º ano. Desse modo, o conjunto de atividades executadas foi reduzido. Um obstáculo enfrentado diz respeito a atividade envolvendo realidade virtual, que foi retirada do projeto às vésperas da execução por causa de problemas nos celulares utilizados, diminuindo o acervo das docentes.

No período matutino, inicialmente as estagiárias dirigiram-se ao auditório do colégio para organização do seguinte circuito de atividades: Uno das Frações, Torre de Hanói, Tangran, Jogo dos Arranha-Céus, Jogo Triângulo das somas, Jogo da Velha, Pega-Varetas e Show do Milhão. Na sequência, as atividades foram desenvolvidas com alunos duas turmas de 7º ano (7º ano A e 7º ano B). Nos dois primeiros horários, participaram os alunos da turma B, e no terceiro e quarto horário, os alunos da turma A.

Para iniciar a execução, ainda em sala de aula as estagiárias questionaram aos alunos se eles sabiam da existência do Dia Nacional da Matemática e de modo geral, a data era desconhecida. Assim, foi apresentada uma breve explicação sobre a origem desta data comemorativa, que é comemorada em 06 de maio, explicamos que faz alusão ao aniversário do educador matemático Júlio Cezar de Mello de Souza. Ao mencionar sua obra mais famosa, o livro “O Homem que Calculava”, alguns alunos relataram conhecer o livro.

Após dirigirem-se ao auditório para execução das atividades, os alunos foram orientados a reunir-se em grupos e cada uma das docentes passou a acompanhar um grupo. De modo geral, foi perceptível o engajamento e interesse dos alunos em participar das ações propostas. O jogo Uno das Frações atraiu a atenção dos alunos, embora muitos deles apresentassem dificuldade ao jogar, por não conseguir identificar frações equivalentes. Outra dinâmica bastante popular foi o Jogo da Velha, momento em que os alunos puderam correr e se movimentar. Isso acabou gerando certa agitação e desordem, fazendo com que as estagiárias precisassem contornar uma situação não planejada.

Figura 42: Orientações sobre o Jogo da Velha.

Fonte: As autoras.

Figura 43: Alunos jogando o Uno das Frações.

Fonte: As autoras.

Figura 44: Alunos jogando o Uno das Frações.

Fonte: As autoras.

O Tangran já era conhecido por alguns alunos, mas a proposta de montar figuras variadas com o quebra-cabeças despertou curiosidade nos discentes, bem como a Torre de Hanói e a lenda de sua origem. De modo geral, considerou-se o Jogo dos Arranha-Céus como a atividade que menos apresentou obstáculos para os participantes, que resolveram o desafio com certa tranquilidade.

Figura 45: Alunos montando o Tangram.

Fonte: As autoras.

Figura 46: Jogo Triângulo das Somas.

Fonte: As autoras.

As observações acima se referem ao trabalho desenvolvido de maneira semelhante com as turmas do 7º A e 7º B. Contudo, foi necessário adaptar a atividade Show do Milhão após sua primeira execução para o 7º ano B, pois as docentes perceberam que a competição individual originalmente proposta causava tumulto e confusão entre os participantes. Desse modo, a turma do 7º ano A, com a qual foram desenvolvidas as atividades na sequência, competiu em grupos.

As estagiárias puderam perceber que as turmas eram heterogêneas, tendo alunos mais comunicativos e participativos, enquanto alguns ofereciam maior resistência às atividades. Além disso, observaram que ocorreu uma maior agitação durante o momento de intervalo, no qual alunos do 7º ano A deixaram o auditório por alguns instantes. Destaca-se também que um dos alunos do 7º ano B contava com uma professora que é especialista em educação especial e atua no contexto escolar assistindo alunos com necessidades especiais. O aluno que ela acompanhava participou das tarefas em grupo sem precisar de seu auxílio interagindo bem com seus colegas de classe, que o ajudavam quando necessário.

No período vespertino, as estagiárias trabalharam com as turmas do 7º ano E e 6º ano D. A execução das atividades foi organizada de modo semelhante ao desenvolvido durante o período matutino.

Nos dois primeiros horários, as docentes trabalharam com turma do 7º ano E. Embora alguns alunos da turma possuíssem necessidades educacionais especiais, puderam participar das atividades de maneira tranquila, precisando apenas que algumas orientações fossem reforçadas ou expostas de modo adaptado.

Novamente os alunos desconheciam o Dia da Matemática, embora alguns já conhecessem Malba Tahan ou o livro "O Homem que Calculava". Dentre as atividades, mais uma vez o Tangran foi reconhecido pelos discentes e o Jogo dos Arranha-Céus teve fácil compreensão. As estagiárias perceberam maior dificuldade em trabalhar com a Torre de Hanói.

Figura 47: Alunos montando a Torre de Hanói.

Fonte: As autoras.

Até esse momento, as docentes desenvolveram as ações propostas com maior tranquilidade, em parte causada pelo comportamento colaborativo dos participantes. Contudo, o jogo Show do Milhão despertou a competitividade dos alunos, fazendo com que alguns deles trocassem farpas, acusando-se de trapaça. Nesse momento, tanto a professora da turma quanto as estagiárias pediram que os alunos se acalmassem e ficassem em silêncio, sem "revelar" as respostas para os colegas.

Já o trabalho com a turma do 6º ano D teve maior agitação, talvez por ocorrer após o intervalo dos alunos, que estavam com uma professora substituta. Apesar disso, as estagiárias conduziram as atividades normalmente.

Foi perceptível para as docentes que os discentes ainda estavam em fase de adaptação, pois estão na transição para o Ensino Fundamental II. Percebeu-se em alguns casos o desconhecimento do conceito de fração equivalente no jogo Uno das Frações, enquanto no Tangran alguns alunos demonstraram desconhecer a nomenclatura de polígonos.

Figura 48: Jogo dos Arranha-Céus.

Fonte: As autoras.

Durante a execução das dinâmicas, percebeu-se interesse dos alunos pelo Tangran e pela Torre de Hanói. O jogo Show do Milhão também motivou os alunos à competição.

De modo geral, as estagiárias identificaram novamente a composição de turmas heterogêneas que demonstraram engajamento com as atividades propostas, apesar das dificuldades enfrentadas por cada discente.

Durante a execução de todo o projeto, as estagiárias puderam identificar alunos motivados a participar das ações propostas, curiosos para resolver os desafios de cada atividade e interessados em participar com maior frequência de atividades semelhantes àquelas desenvolvidas. De fato, mais de um aluno questionou às estagiárias se o projeto iria se repetir ao longo do tempo e alguns outros comentaram que gostariam de ter “aulas diferentes assim toda a semana” (SIC).